Aufgabenvorschläge für die Tutorien zur LA I (4. Woche)
7. November 2016

Themen der Woche: Gruppen, Permutationen

Hinweis: Alle diese Aufgaben sind als Vorschläge gedacht! Es ist nicht das Ziel, möglichst viele Aufgaben anzuschreiben. Wichtiger sind das gemeinsame Erarbeiten und Diskutieren.

Aufgabe 1

Gegeben seien die Permutationen

$$\sigma := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \omega := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\sigma \circ \omega$. Stellen Sie außerdem σ und ω als Produkt von Transpositionen dar.

Aufgabe 2

Gegeben sei eine assoziative Verknüpfung $\circ$ auf einer endlichen Menge M. Zeigen Sie, dass $(M, \circ)$ genau dann eine Gruppe ist, wenn jedes Element von M in jeder Zeile und Spalte der Verknüpfungstafel genau einmal vorkommt.

Aufgabe 3

Sei $n \in \mathbb{N}$ und $a \in \{1, ..., n\}$. Zeigen Sie, dass $H_a := \{\sigma \in S_n : \sigma(a) = a\}$ eine Untergruppe von S_n ist.

Aufgabe 4

Sei $(G, \circ)$ eine beliebige Gruppe.

a) Zeigen Sie: $\forall g, h \in G : (g \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ g^{-1}$.
b) Zeigen Sie: $(\forall g \in G : g^2 := g \circ g = e) \Rightarrow (G$ ist abelsch$)$.

Aufgabe 5

Sei G eine endliche abelsche Gruppe mit neutralem Element e. Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$\prod_{g \in G} g^2 = e.$$

Wendet Euch mit Fragen und Anmerkungen bitte an Rafaela Rollin (`rafaela.rollin@kit.edu`) oder Moritz Gruber (`moritz.gruber@kit.edu`).