

Aufgabenvorschläge für die Tutorien zur LA I (8. Woche)

5.12.16

Themen der Woche: Basisergänzungssatz, Basiswechsel

Hinweis: Alle diese Aufgaben sind als Vorschläge gedacht! Es ist nicht das Ziel, möglichst viele Aufgaben anzuschreiben. Wichtiger sind das gemeinsame Erarbeiten und Diskutieren.

Aufgabe 1

a) Es sei \mathbb{K} ein Körper und $n \in \mathbb{N}$. Machen Sie sich klar, dass $\{p \in \mathbb{K}[X] \mid \deg(p) \leq n\}$ ein endlich erzeugter \mathbb{K} -Vektorraum ist. Wie ist die Dimension?

b) Ergänzen Sie

$$\{1 + X^2, X - X^3\}$$

zu einer Basis des Vektorraums der Polynome in $\mathbb{R}[X]$ vom Grad ≤ 3 .

c) Ergänzen Sie

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right\}$$

zu einer Basis des Vektorraums $\mathbb{Q}^{2 \times 2}$.

Aufgabe 2

Gegeben sei die folgende Basis des \mathbb{Q}^3 :

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Bestimmen sie die Komponentenvektoren der Standardbasis bezüglich der Basis B .

Aufgabe 3

Gegeben seien die Basen

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ und } B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

des \mathbb{R}^3 . Bestimmen Sie die Übergangsmatrix des Basiswechsels von B_1 nach B_2 .

Wendet Euch mit Fragen und Anmerkungen bitte an Rafaela Rollin (rafaela.rollin@kit.edu) oder Moritz Gruber (moritz.gruber@kit.edu).