

## Aufgabenvorschläge für die Tutorien zur LA I (9. Woche)

12.12.16

*Themen der Woche:* Untervektorräume (bis einschließlich Dimensionssätze)

### Aufgabe 1

Sei  $A \in \mathbb{K}^{m \times n}$ . Zeigen Sie dass die Menge

$$\{Ax \mid x \in \mathbb{K}^n\}$$

ein Untervektorraum von  $\mathbb{K}^m$  ist.

### Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die Lösung eines homogenen linearen Gleichungssystems mit  $n$  Unbekannten ein Untervektorraum des  $\mathbb{R}^n$  ist. Ist dies auch richtig für die Lösungsmenge eines inhomogenen Gleichungssystems?

### Aufgabe 3

- Stellen Sie  $\mathbb{R}^3$  jeweils als direkte und als nicht direkte Summe von zwei Untervektorräumen dar.
- Stellen Sie  $\mathbb{R}^3$  jeweils als direkte und als nicht direkte Summe von drei Untervektorräumen dar.
- Stellen Sie  $\mathbb{R}^2$  jeweils als direkte und als nicht direkte Summe von drei Untervektorräumen dar.
- Stellen Sie  $\mathbb{Q}[X]$  jeweils als direkte und als nicht direkte Summe von zwei Untervektorräumen dar.

### Aufgabe 4

Im  $\mathbb{R}^4$  seien die Untervektorräume

$$U := \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right], \quad W := \left[ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

gegeben. Bestimmen Sie jeweils eine Basis und die Dimension von  $U, W, U \cap W$  und  $U + W$ .

### Aufgabe 5

- Geben Sie alle eindimensionalen Untervektorräume von  $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^3$  an.
- Es sei  $p$  eine Primzahl. Wieviele eindimensionale Untervektorräume enthält  $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^n$ ?

Wendet Euch mit Fragen und Anmerkungen bitte an Rafaela Rollin (...@kit.edu) oder Moritz Gruber (...@kit.edu).