

Aufgabenvorschläge für die Tutorien zur LA I (10. Woche)
19.12.16

Themen der Woche: Dimension, Rang, Faktorraum

Aufgabe 1

Es sei $\mathbb{K}$ ein Körper und

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{K}^{2 \times 2}, \quad A_2 := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{K}^{2 \times 2}, \quad A_3 := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{K}^{2 \times 2}, \quad B := \begin{pmatrix} \# & 5 \\ 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 2}.$$

- a) Bestimmen Sie für alle $k \in \mathbb{N}$ den Rang von $(A_j)^k$ für $j = 1, 2, 3$.
- b) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $\#$ den Rang von B .

Aufgabe 2

Berechnen Sie den Rang von weiteren Matrizen.

Aufgabe 3

Es sei V ein Vektorraum und $U_1, U_2, U_3 \subset V$ endlich-dimensionale Unterräume. Dann gilt:

$$\dim(U_1) + \dim(U_2) + \dim(U_3) = \dim(U_1 + U_2 + U_3) \\ + \dim((U_1 + U_2) \cap U_3) + \dim(U_1 \cap U_2).$$

Aufgabe 4

Sei

$$U := \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right]$$

ein Unterraum des $\mathbb{R}^4$.

- a) Bestimmen Sie einen Vektorraum W mit $U \oplus W = \mathbb{R}^4$.
- b) Bestimmen Sie eine Basis des Faktorraumes $\mathbb{R}^4 / U$.

Wendet Euch mit Fragen und Anmerkungen bitte an Rafaela Rollin (...@kit.edu) oder Moritz Gruber (...@kit.edu).