Aufgabenvorschläge für die Tutorien zur LA I (12. Woche)
16.1.17

Themen der Woche: Lineare Abbildungen, der Vektorraum $\mathrm{Hom}(V, W)$, noch (fast) keine Abbildungsmatrizen!

Aufgabe 1

a) Zeigen Sie, dass die folgenden linearen Abbildungen $F, G, H \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ linear unabhängig sind:
$$F(x,y) = (x, 2y), \quad G(x,y) = (y, x+y), \quad H(x,y) = (0, x).$$

b) Zeigen Sie, dass die folgenden linearen Abbildungen $F, G, H \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R})$ linear unabhängig sind:
$$F(x,y,z) = x+y+z, \quad G(x,y,z) = y+z, \quad H(x,y,z) = x-z.$$

Aufgabe 2

Seien $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ bzw. $C = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ Basen der $\mathbb{R}$-Vektorräume V und W. Durch

$$\Phi(v_1) := w_1 + w_3 - w_4, \qquad \Phi(v_2) := w_2 + w_3 + w_4, \qquad \Phi(b_3) := w_1 + w_2 + 2w_3$$

wird eine lineare Abbildung $\Phi : V \to W$ festgelegt. Bestimmen Sie $\mathrm{Kern}(\Phi)$, $\mathrm{Bild}(\Phi)$ und $\mathrm{Rang}(\Phi)$.

Aufgabe 3

Es seien V, W $\mathbb{K}$-Vekorräume und $U \subset V$ ein Untervektorraum. Zeigen Sie, dass

$$\{\Phi \in \mathrm{Hom}(V,W) \mid \Phi_{|U} = 0\} \to \mathrm{Hom}(V/U, W),\ \Phi \mapsto \overline{\Phi}$$

ein Isomorphismus ist.

Wendet Euch mit Fragen und Anmerkungen bitte an Rafaela Rollin (`...@kit.edu`) oder Moritz Gruber (`...@kit.edu`).