Karlsruher Institut für Technologie
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK
INSTITUT FÜR ALGEBRA UND GEOMETRIE
ARBEITSGRUPPE DIFFERENTIALGEOMETRIE

Prof. Dr. W. Tuschmann
Dr. S. Winter

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II (SS 2011)

3. Übungsblatt

Aufgabe 1.
Bestimmen Sie für jedes $a \in \mathbb{R}$ die Haupträume und das Minimalpolynom der reellen Matrix

$$A_a = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & a & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2.
Es sei A eine quadratische Matrix mit charakteristischem Polynom

$$p = (c_1 - X)^6\,(c_2 - X)^6\,(c_3 - X)^3$$

und Minimalpolynom

$$m = (c_1 - X)^s\,(c_2 - X)^2\,(c_3 - X),\ 1 \leq s \leq 6,$$

wobei die c_i paarweise verschieden seien. Es gelte $\dim E_{c_1} = 5$ und $\dim E_{c_2} = 4$.
Geben Sie die Jordansche Normalform von A an.

Aufgabe 3.
Gegeben sei die reelle Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & -2 & -2 & -1 \\ 3 & -2 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -2 & -4 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Das charakteristische Polynom von A ist $p = -(2 + X)^5$.

(a) Bestimmen Sie das Minimalpolynom m und die Jordansche Normalform $\tilde{A}$ von A.

(b) Geben Sie eine Matrix S an mit $\tilde{A} = S^{-1}AS$.

Aufgabe 4. (ohne Abgabe, ohne Korrektur)
Sei V ein n-dimensionaler Vektorraum über $\mathbb{C}$ mit $n \geq 1$ und Φ ein Endomorphismus von V mit

$$\mathrm{Bild}\Phi \subseteq \mathrm{Kern}\Phi.$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit des Ranges von Φ das Minimalpolynom, das charakteristische Polynom und die Jordansche Normalform von Φ.

Abgabe bis Donnerstag, den 5. Mai 2011, 12.00 Uhr, durch Einwurf in den gelben Kasten Ihres Tutoriums im Zähringerhaus (Geb. 01.85) neben dem Seminarraum Z2.