FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK
INSTITUT FÜR ALGEBRA UND GEOMETRIE
ARBEITSGRUPPE DIFFERENTIALGEOMETRIE

Prof. Dr. W. Tuschmann
Dr. S. Winter

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II (SS 2011)

Aufgaben für die Tutorien zum 10. Übungsblatt

Themen: Normalform normaler Endmorphismen, affiner Raum

Vorschlag 1.
Im unitären Vektorraum $\mathbb{C}^3$ sei ein Endomorphismus Φ durch die Matrix

$$A = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} -1+4i & 0 & -2-2i \\ 0 & 5i & 0 \\ -2-2i & 0 & -4+i \end{pmatrix}$$

bezüglich der Standardbasis gegeben.

(a) Bestimme die Eigenwerte und Eigenräume von Φ und zeige, dass Φ normal ist.

(b) Gib eine unitäre Matrix S an, so dass $\overline{S}^\top A S$ Diagonalform besitzt.

Vorschlag 2.
Im affinen Raum $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3, f)$ mit $f(x,y) = y - x$ seien die Punkte bzw. Vektoren $a = (-1,0,1)$, $b = (1,0,1)$ und $c = (1,1,1)$ gegeben. Bestimme die lineare Hülle und die affine Hülle von $\{a,b,c\}$ und vergleiche. Stelle die affine Hülle in der Form $y + U$ mit einem $y \in \mathbb{R}^3$ und einem linearen Unterraum $U \subseteq \mathbb{R}^3$ dar.

Vorschlag 3.
In einem n-dimensionalen affinen Raum $\mathbb{A}$ sei g eine Gerade und L eine Hyperebene. Zeige, dass stets eine der folgenden Lagebeziehungen vorliegt:

(a) g ist eine Teilmenge von L.

(b) g und L schneiden sich in genau einem Punkt.

(c) g und L sind disjunkt und g ist parallel zu L.

Vorschlag 4.
In einem n-dimensionalen affinen Raum $(\mathbb{A}, V, f)$ seien ein Punkt P und ein k-dimensionaler affiner Unterraum L gegeben. Zeige, dass es genau einen k-dimensionalen affinen Unterraum L' gibt, der zu L parallel ist und P enthält.