

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II (SS 2011)

Aufgaben für die Tutorien zum 12. Übungsblatt

Themen: nochmal affine Räume; affine Abbildungen, Fixpunkte, Fixgeraden, Fixebenen

Vorschlag 1.

Es sei \mathbb{A} eine reelle Ebene mit affinem Koordinatensystem $(O; v_1, v_2)$, bzgl. dessen die Punkte $P_0(-4, 1)$, $P_1(-3, -2)$, $P_2(2, -1)$ sowie $Q_0(-1, 5)$, $Q_1(1, -4)$, $Q_2(1, -1)$ gegeben sind. Zeige, dass die Punkte P_0, P_1, P_2 in allgemeiner Lage sind, und bestimme eine Koordinatendarstellung der affinen Abbildung $\varphi : \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{A}$ mit $\varphi(P_i) = Q_i$ ($i = 0, 1, 2$).

Vorschlag 2.

- Erkläre die Begriffe Fixpunkt, Fixpunktgerade, Fixgerade und Fixebene.
- Bestimme alle Fixpunkte, Fixgeraden und Fixebenen der affinen Abbildung

$$\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \varphi(x) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Vorschlag 3.

\mathbb{A} sei ein endlichdimensionaler affiner Raum. Zeige: Besitzt eine affine Selbstabbildung φ von \mathbb{A} keinen Fixpunkt, so hat die zugehörige lineare Abbildung Φ den Eigenwert 1. Ist umgekehrt 1 ein Eigenwert von Φ , so hat φ nicht genau einen Fixpunkt (d.h., entweder keinen Fixpunkt oder mehr als einen).

Vorschläge 3 – 5 des 11. Tutorienblattes (soweit noch nicht behandelt).