

Aufgabe 1 (*Cartan-Zerlegung/Polarzerlegung*)

(8 Punkte)

Es seien $n \in \mathbb{N}$ und $A \in \text{GL}(n, \mathbb{R})$. Zeigen Sie:

- $A^T A$ ist positiv-definit und es gibt eine symmetrische positiv-definite Matrix $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $P^2 = A^T A$.
- Es gibt ein eindeutiges $U \in O(n)$ mit $A = UP$.
- Bestimmen Sie P und U für die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 2

(8 Punkte)

Es sei V ein \mathbb{R} -Vektorraum und $\beta : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ eine positiv-semidefinite symmetrische Bilinearform. Es sei $V_0 := \{x \in V \mid \beta(x, x) = 0\}$.

- Zeigen Sie, dass $V_0 = \ker \beta^\vee$ und folgern Sie, dass V_0 ein Vektorraum ist.

Wir definieren auf dem Quotientenraum V/V_0 die Bilinearform β' durch

$$\beta'([x]_{V_0}, [y]_{V_0}) := \beta(x, y)$$

für $[x]_{V_0}, [y]_{V_0} \in V/V_0$.

- Zeigen Sie, dass β' wohldefiniert ist.
- Zeigen Sie, dass β' positiv-definit ist.
- Folgern Sie, dass β' ein Skalarprodukt auf V/V_0 ist.

Hinweis: Sie dürfen Tutorium 12 Aufgabe 2 verwenden.

Orientierungsveranstaltung – Mit Schwung ins dritte Semester

Du bist gerade im zweiten Semester Informatik und willst Tipps zu der kommenden Prüfungsphase und dem dritten Semester? Dann komm einfach zur Orientierungsveranstaltung der Fachschaft Mathe/Info am

24.07. um 17:30 Uhr in Raum -101 im Infobau (50.34).

Dort beantworten wir Fragen wie:

Wie bereite ich mich auf Klausuren vor? Was mache ich, wenn ich eine Klausur/einen Übungsschein nicht bestanden habe? Welche Ergänzungsfächer gibt es? Welche Möglichkeiten zur Unterstützung gibt es?

Außerdem geben wir dir einen generellen Überblick über die Vorlesungen im dritten Semester, Tipps für PSE sowie zu Tutorenstellen im 3. Semester und vielem mehr.

Zudem sind viele Fachschaftler:innen anwesend, die dir weitere Fragen im Anschluss bei Snacks und Getränken persönlich beantworten können.

Wir freuen uns auf dich!

