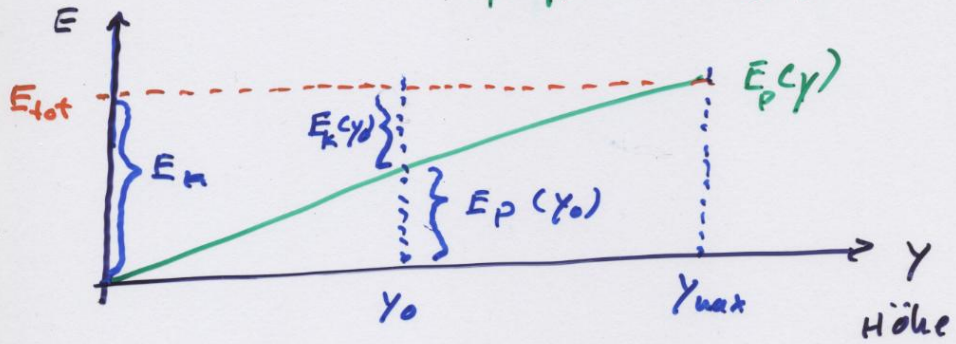
Energiediagramme

a) Homogenes Gravitationsfeld

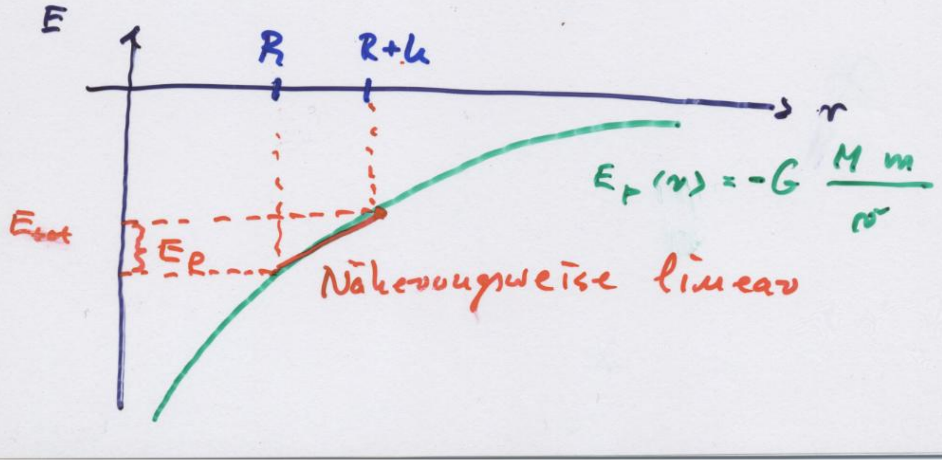
$$E_p(y) = m \cdot g \cdot y$$



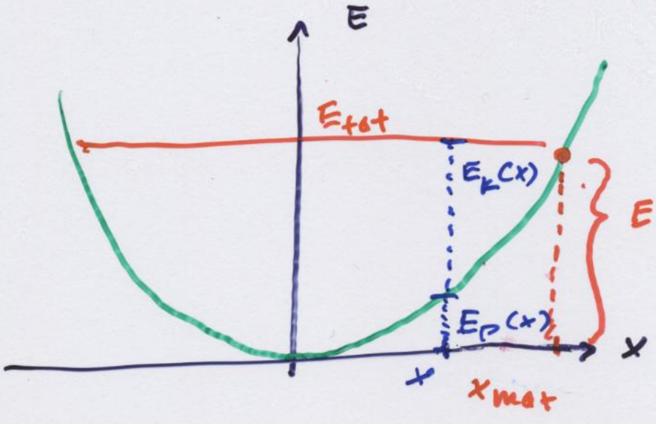
$$E_{tot} = E_k(y) + E_p(y) = \text{const}$$

$$= E_p(y_{max})$$

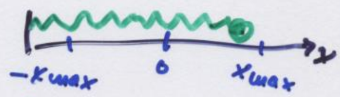
b) Realistisches Gravitationsfeld



c) Federpotential

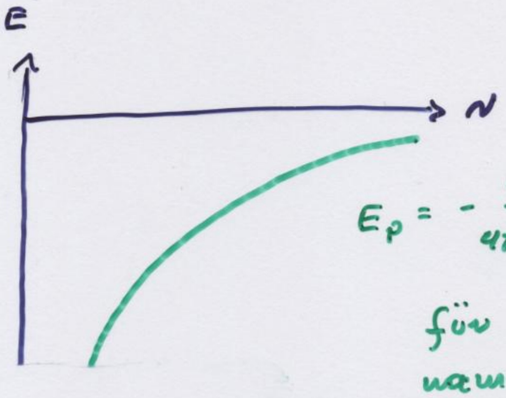


$E_p(x) = \frac{1}{2} k x^2$



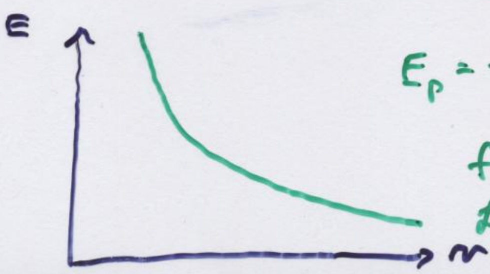
$E_{tot} = E_k(x) + E_p(x) = const$

d) Elektrostatisches Potential



$E_p = -\frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

für ungleichnamige Ladungen



$E_p = +\frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

für gleichnam. Ladungen

Zusammenhang zw. Potential und potentieller Energie:

Mechanik: $E_p = V \cdot m$

Elektrostatik: $E_p = V \cdot q$

q „Probeladung"

m „Probemasse"

2.2.6 Leistung

Leistung = Arbeit im Zeitintervall

$$\langle P \rangle = \frac{A}{\Delta t}$$ Mittlere Leistung

$$P = \frac{dA}{dt}$$ Instantane L.

$$[P] = 1\, kg \frac{m^2}{s^3} \mathrel{\hat{=}} 1\, W$$

$$1\, Ps = 735\, W$$

Leistung: P („power")
Arbeit: A oder W („work")
$[P] = Ps \mathrel{\hat{=}} Hp$ („Horse Power")

- Demo: Leistung eines Studenten

Student läuft Treppe hoch:

$$\langle P \rangle = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} = \frac{65\,kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 3{,}5\,m}{3\,s}$$

$$= 743\ W$$

$$= 1{,}0\ PS$$

- Zusammenhang: Mechanischer und Elektrischer Leistung

$$1\,N\frac{m}{s} = 1\,W = 1\,kg\,\frac{m^2}{s^3} = 1\,V \cdot A$$

Beispiel: Glühlampe $\sim 50 - 100\ W$

2.3 Systeme von Massepunkten

2.3.1 Schwerpunkt und Impuls

Beispiel

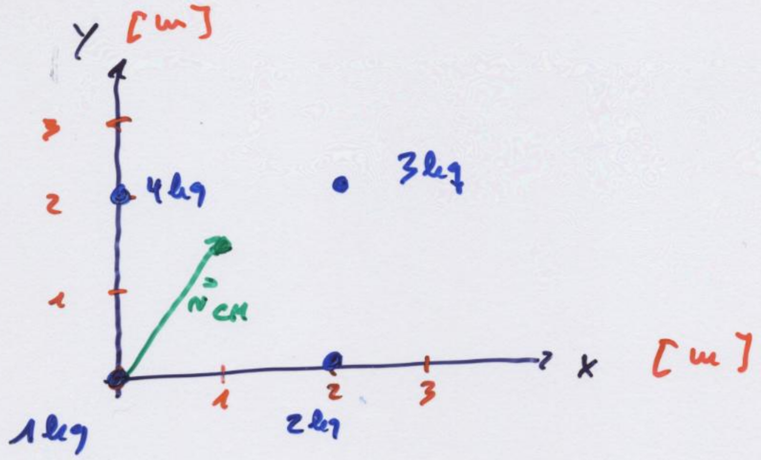
Definiere Schwerpunkt CM („Center of Mass")

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \vec{r}(m)\, dm$$ (Massenverteilungen)

$$= \frac{1}{M} \int \vec{r}(m)\, \rho(\vec{r})\, dV$$

Dichte (ρ), Volumenelement (dV)

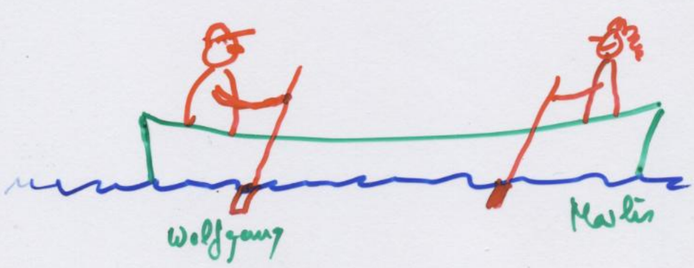
$$= \frac{\sum^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum^{N} m_i}$$ (Für abzählbar viele Teilchen)



$$\vec{r}_{CM} = \left(1\,\mathrm{kg}\cdot\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} + 2\,\mathrm{kg}\begin{pmatrix}2\,\mathrm{m}\\0\end{pmatrix} + 3\,\mathrm{kg}\begin{pmatrix}2\,\mathrm{m}\\2\,\mathrm{m}\end{pmatrix} + 4\,\mathrm{kg}\begin{pmatrix}0\\2\,\mathrm{m}\end{pmatrix}\right) \times \frac{1}{(1+2+3+4)\,\mathrm{kg}}$$

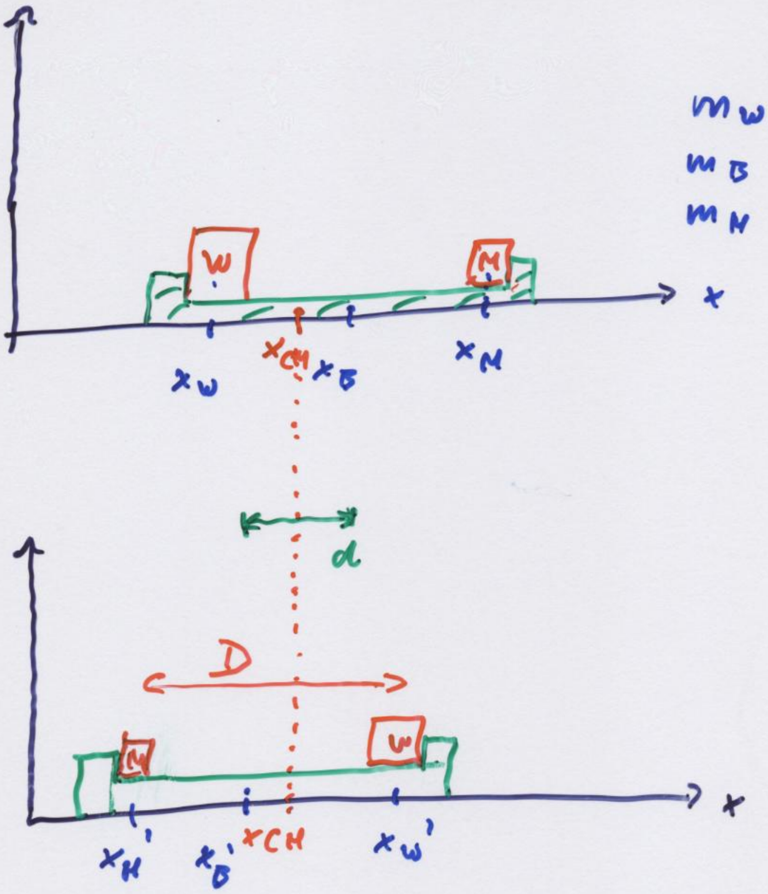
$$= \begin{pmatrix}1\,\mathrm{m}\\1{,}4\,\mathrm{m}\end{pmatrix}$$

Anwendung:



a

b



$$a: \quad x_{CM} = \frac{1}{M}\left(m_W x_W + m_M x_M + m_B x_B\right)$$

$$b: \quad x_{CM} = \frac{1}{M}\left(m_W x_W' + m_M x_M' + m_B x_B'\right)$$

$$= \frac{1}{M}\Big(m_M (x_W - d) + m_B (x_B - d) + m_W (x_M - d)\Big)$$

$$x_M - x_W = x_W' - x_M' = D$$

$$m_M = \frac{m_W (D-d) - m_B \cdot d}{D+d}$$

$$\left.\begin{aligned} m_W &= 80\,kg \\ m_B &= 30\,kg \\ d &= 0{,}4\,m \\ D &= 3\,m \end{aligned}\right\} m_M = 57{,}6\ kg$$

Bewegung von Systemen von Massepunkten

- $\vec{V}_{CM} = \frac{d}{dt}\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$ $\leftarrow M$

$$\Rightarrow M \cdot \vec{v}_{CM} = \vec{P}_{CM} = \sum \vec{P}_i$$

$\vec{P}$ Impuls

- $\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{M}$

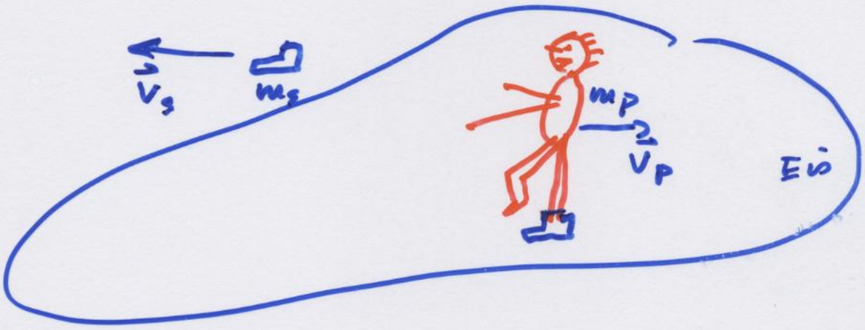
$$\Rightarrow M \cdot \vec{a}_{CM} = \vec{F}_{CM} = \sum \vec{F}_i$$

Impulserhaltungssatz

$$\boxed{\begin{aligned} \sum \vec{F}_i = 0 \ \hat{=}\ \sum \frac{d\vec{p}_i}{dt} = 0 \\ \Rightarrow \vec{P}_{CM} = \text{const} \end{aligned}}$$

<u>Beispiel</u>

a)



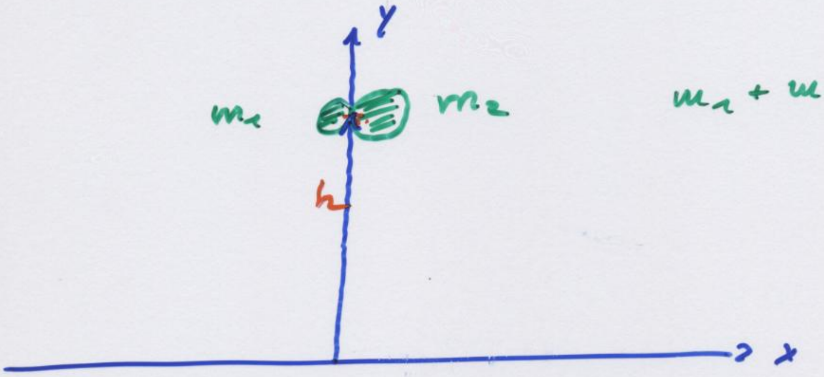
$$\vec{P}_{CM} = \text{const} \Rightarrow \ = \vec{p}_s + \vec{p}_p$$

$$= m_s \vec{v}_s + m_p \vec{v}_p = 0$$

$$\Rightarrow v_p = \frac{m_s}{m_p} v_s$$

$m_p = 73$ kg
$m_s = 2$ kg
$v_s = 10 \frac{m}{s}$ $\Rightarrow v_p = 0{,}27 \frac{m}{s}$

b) CM - Bewegung mit externer Kraft



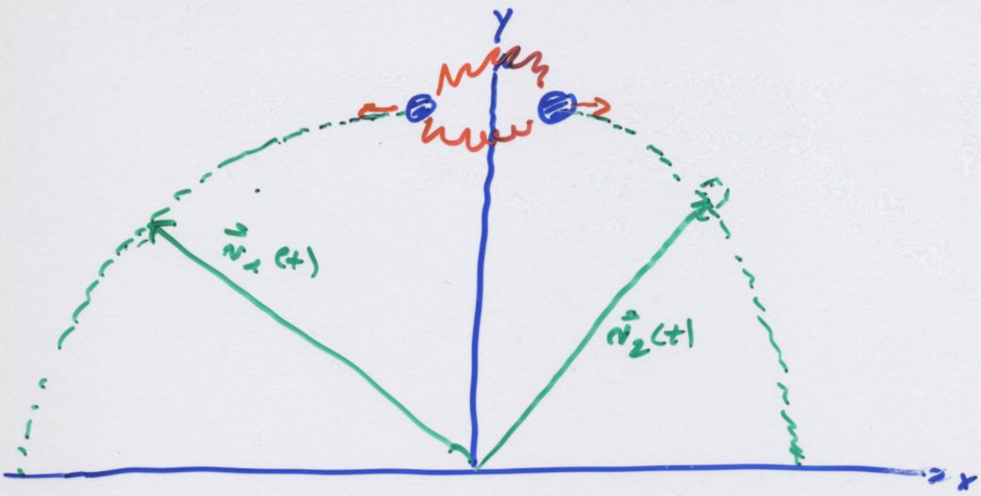
$m_1 + m_2 = M$

1. Beide Bälle fallen:

$$\vec{F}_{CM} = m_1 \vec{g} + m_2 \vec{g} = M \vec{g} = \frac{d}{dt} \vec{P}_{CM}$$

$$\Rightarrow \vec{P}_{CM} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \cdot t \cdot M \end{pmatrix}; \quad \vec{v}_{CM} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \cdot t \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_{CM} = \begin{pmatrix} 0 \\ h - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix}$$



$$\vec r_1(t) = \begin{pmatrix} -v_1 t \\ h - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix} \qquad \vec r_2(t) = \begin{pmatrix} v_2 t \\ h - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec r_{CM}(t) = \frac{m_1 \vec r_1 + m_2 \vec r_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{1}{M} \begin{pmatrix} -v_1 t\, m_1 + v_2 t\, m_2 \\ \left(h - \frac{g}{2} t^2\right) \cdot (m_1 + m_2) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ h - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec v_{CM}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -g t \end{pmatrix}$$

$$\vec P_{CM}(t) = M \cdot \vec v_{CM} = M \cdot \vec g \cdot t$$

$$\neq \text{const.}$$