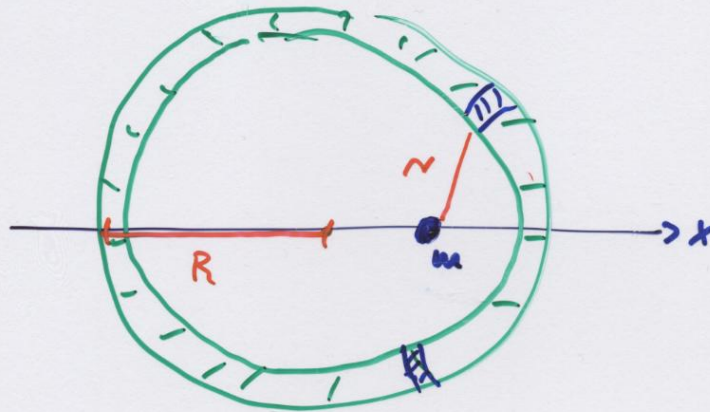


b) Masse innerhalb einer Kugelschale

17

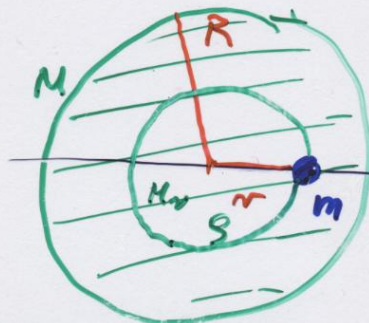


$$F = \int_{R-r}^{R+r} dF = 0$$

$R-r$

$$\left(\int_{R-r}^{R+r} \left(\frac{r^2 - R^2}{x^2} + 1 \right) dx \right) = 0$$

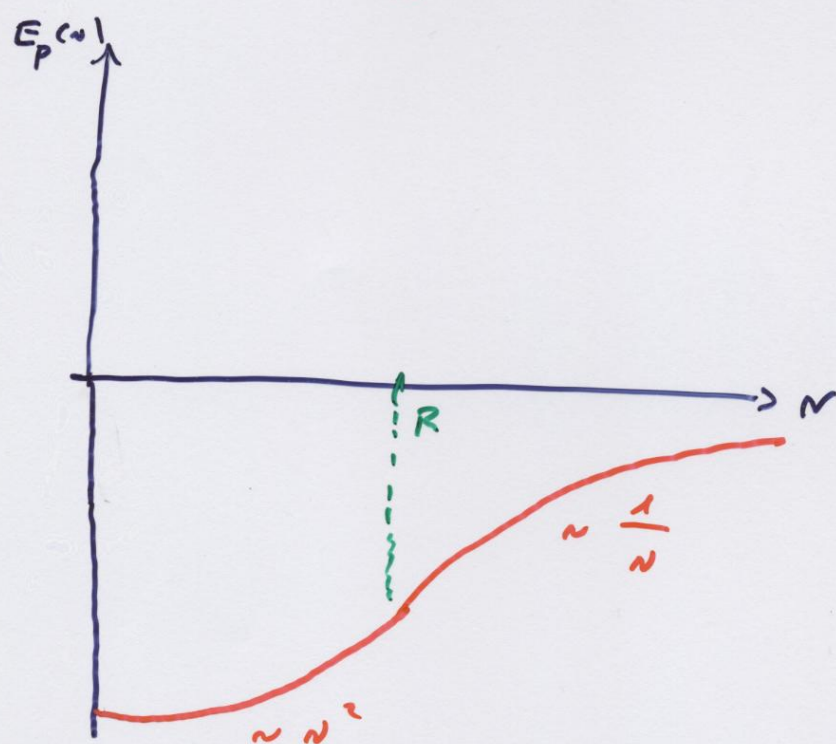
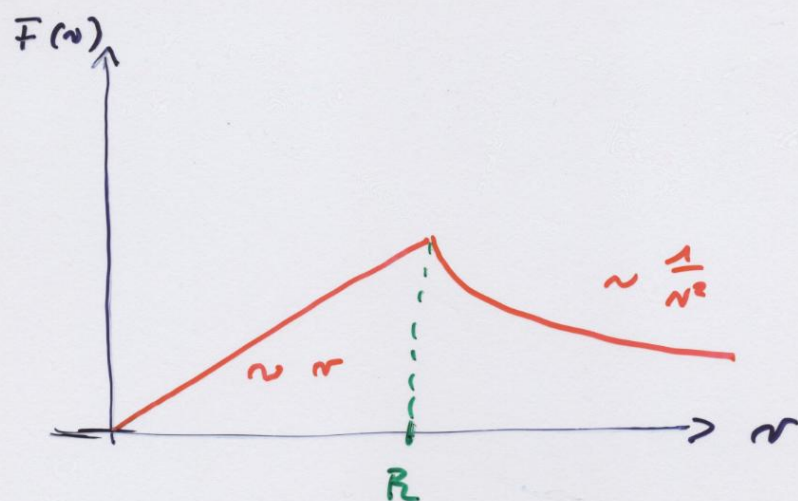
c) Masse innerhalb einer Vollkugel



$$F = \frac{G M_m \cdot m}{r^2}$$

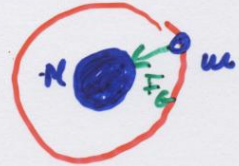
$$= \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \rho}{r^2} m$$

$$= C \cdot r$$



d) Bewegung innerhalb einer kugelförmigen
Massenverteilung M ($\rho = \text{const.}$)

$$1 \quad F_G = \frac{G M m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$



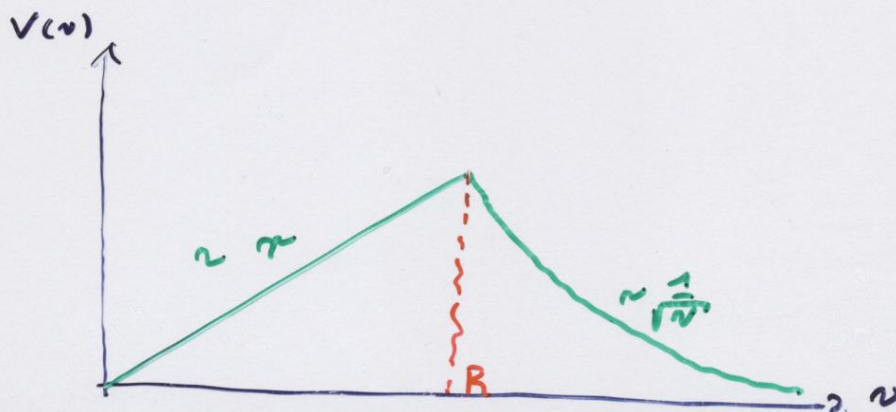
$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{G M}{r}} \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$$

Bewegung außerhalb von M

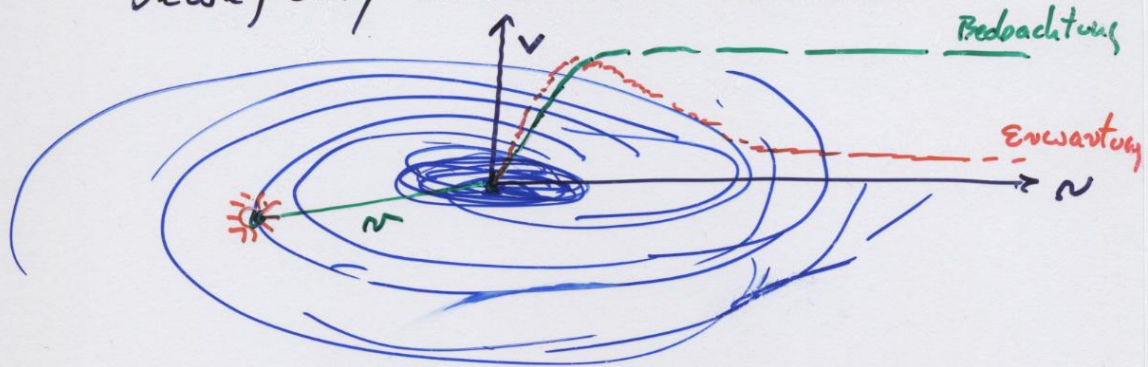
$$2 \quad \frac{G M_r m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{G M_r}{r}} = \sqrt{\frac{G \pi^{4/3} r^3 \rho}{r}} \sim r$$

Bewegung innerhalb von M



Bewegung innerhalb Galaxis:



Interpretation: Dunkle Materie
 $(M_{\bullet} \sim 10 \times M_{\text{stern}})$!

[Zwicky 1933]

Kandidaten für Dunkle Materie:

Supersymmetrische Teilchen!

„normale“ Welt

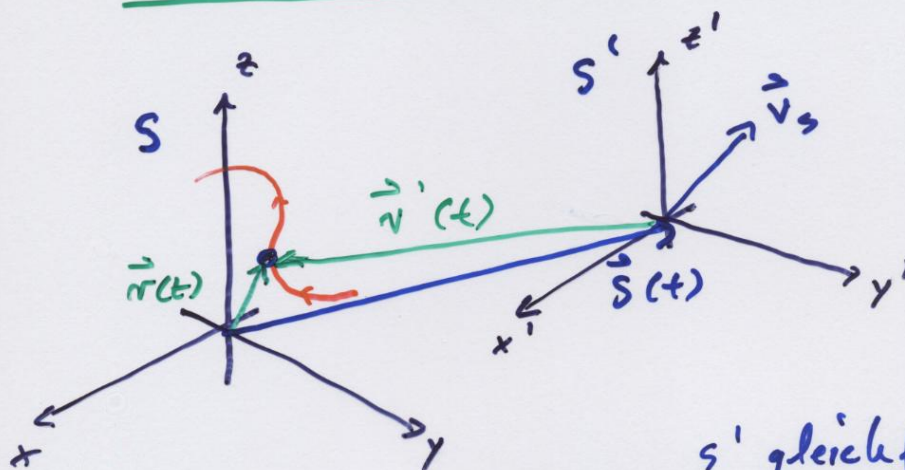
- 6 Quarks
- 6 Leptonen
- 4 Kraftteilchen

„dunkle“ Welt

- 6 Susy Quarks
 - 6 „ Leptonen
 - 4 Susy Kräfte
- ↪ Leichtestes SUSY-
teilchen heute noch da

4. Relativistische Mechanik

4.1. Bewegte Bezugssysteme



S' gleichförmig
bewegt zu S

$$\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \vec{v}_s \cdot t$$

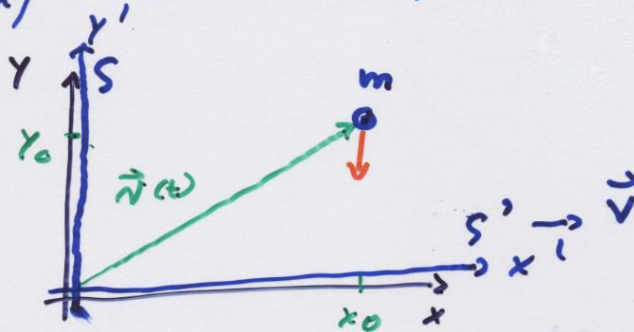
Für Beobachter in S' :

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{s}_0 - \vec{v}_s t$$

Galileitransformation

Beispiel :

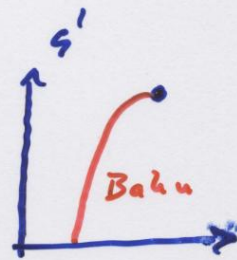
a) Fallender Gegenstand



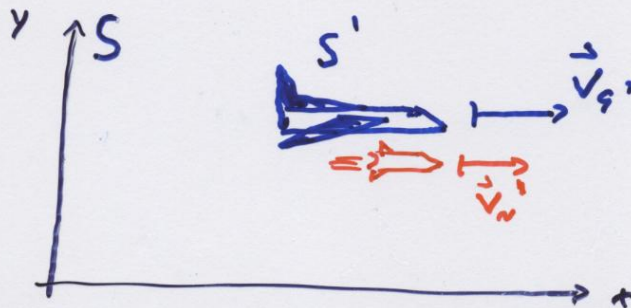
$$S: \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix}$$

$$S': \vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{v} \cdot t$$

$$= \begin{pmatrix} x_0 - vt \\ y_0 - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix}$$



b) Addition von Geschwindigkeiten



$$S' : \quad \vec{r}'(t) = \begin{pmatrix} v_n' \cdot t \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Rakete}$$

$$S : \quad \vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{v}_{S'} t$$

Geschwindigkeit der Rakete:

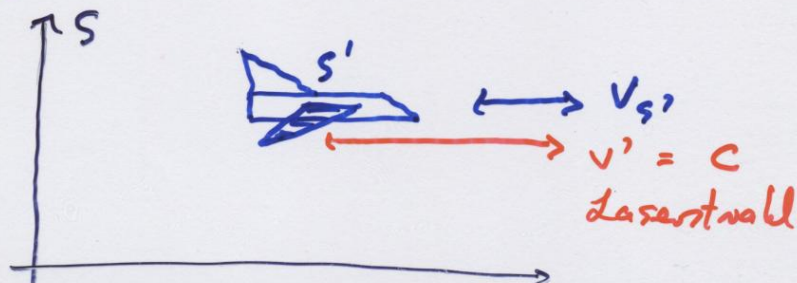
$$S' : \quad \vec{v}_n' = \begin{pmatrix} v_n' \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$S : \quad \vec{v}_n = \begin{pmatrix} v_n' + v_{S'} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Allgemein: Bei Galileitransformationen werden Geschwindigkeiten linear addiert

$$\underline{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{S'}}$$

Sonderfall: Aussenden eines Lichtstrahls



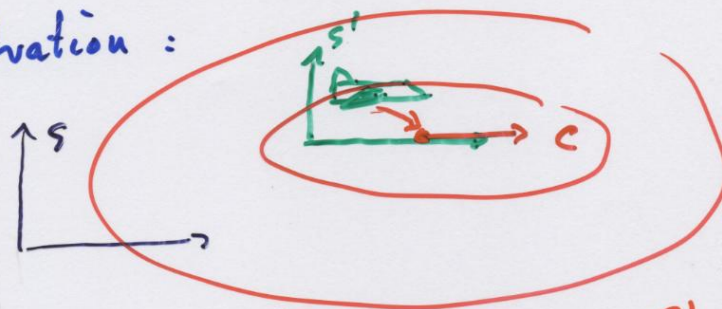
$$v = v_s + c \quad ?$$

Nein! $v = c$

(Beobachtung!)

Konsequenz: es müsste eine Art Äther geben, der Medium für Licht ist

Illustration:



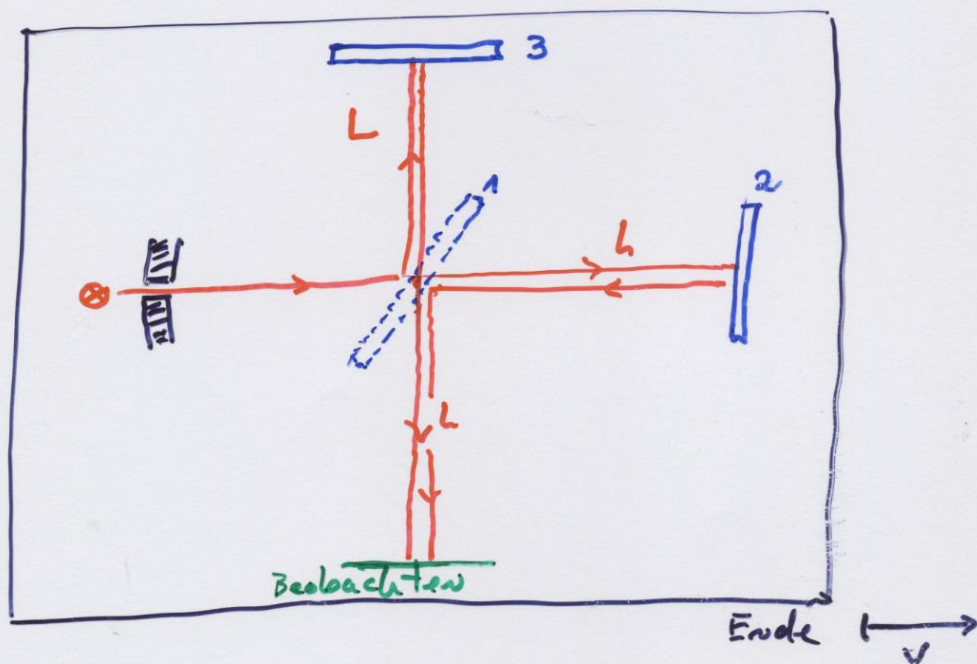
Analog wie wenn Steine
in Wasser geworfen sind

Bei Äther wäre dann $c' = c - v_s$
 $< c$

"Suche nach Äther":

Experiment von Michelson, Morley

1881 - 1887



Bewegung des Lichtes:

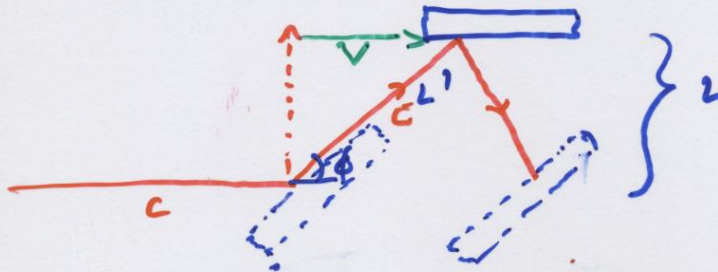
Horizontal:

a) Laufzeit Spiegel 1 ... Spiegel 2 ... Spiegel 1

$$t_a = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

b) vertikal

Spiegel 1... Spiegel 3... Spiegel 1



$$L' = \frac{L}{\sin \phi} \quad ; \quad \cos \phi = \frac{v}{c}$$

$$t_b = 2 \cdot \frac{L}{c \cdot \sin \phi} = \frac{2 \cdot L}{c \sqrt{1 - \cos^2 \phi}}$$

$$= \frac{2L}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = t_a - t_b$$

$$= \frac{2L}{c} \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

$$< 0 !$$

wenn es Äther gäbe

Gemessen: $\Delta t = 0 \Rightarrow \text{Licht} = c$
in allen Bezugssystemen