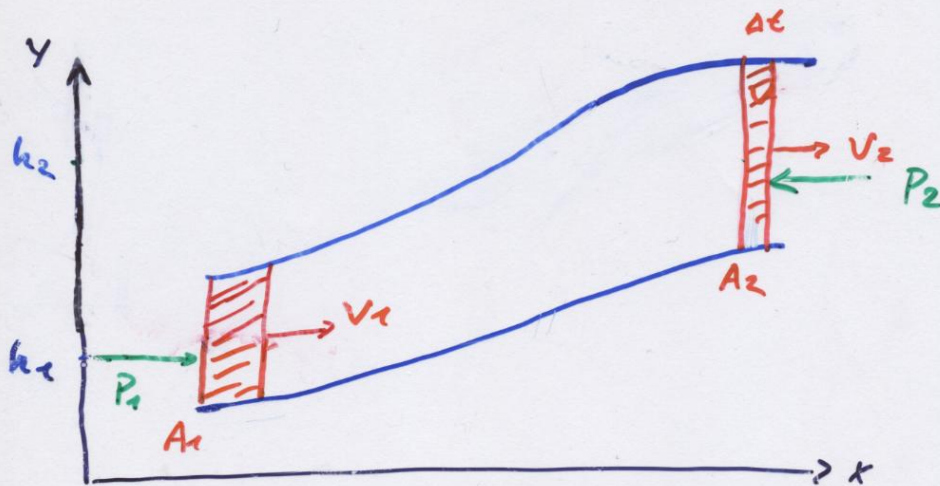


2 Bernoulli - Gleichung

Flüssigkeit : Ansammlung von sich bewegenden Massenelementen
 $\Rightarrow$ Newtons Gesetze sind anwendbar



Druck leistet Arbeit

$$W \equiv \text{Kraft} \times \text{Weg}$$

$$W_1 = P_1 \cdot A_1 \cdot v_1 dt$$

$$W_2 = - P_2 A_2 v_2 dt$$

$$W = W_1 + W_2 = (P_1 - P_2) \cdot \underbrace{v \cdot A}_{\phi} dt$$

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h$$

$$= \rho \cdot A \cdot v dt \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$= \frac{1}{2} \rho A v \cdot dt (v_2^2 - v_1^2)$$

$$W = \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$\Rightarrow (P_1 - P_2) \cdot v \cdot A dt =$$

$$\rho \cdot v \cdot A dt \left\{ g(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) \right\}$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = \rho g (h_2 - h_1) + \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2$$

$$= P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 = \text{const}$$

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{const.}$$

Bernoullis Gesetz

Spezialfälle

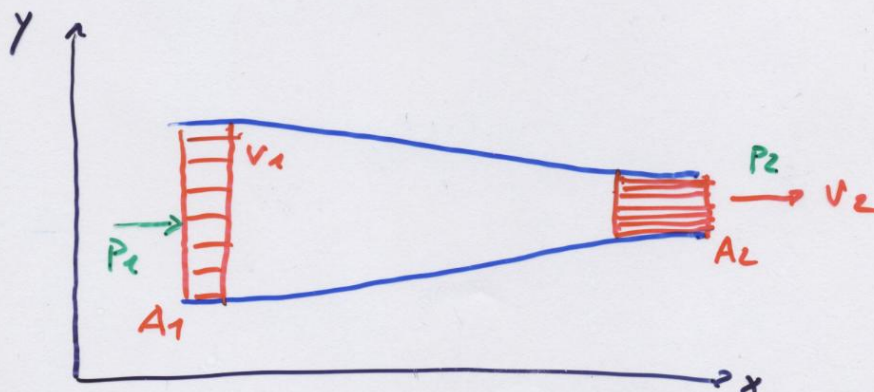
a] Flüssigkeit in Ruhe



$$P + \rho \cdot g \cdot h = \text{const}$$

Pascals Gesetz

b] Flüssigkeit fließt horizontal



$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\begin{aligned}
 P_2 &= P_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) \\
 &= P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2} \right) \\
 (\phi &= v_1 A_1 = v_2 A_2)
 \end{aligned}$$

Für $A_1 > A_2$: $P_2 < P_1$
 $v_2 > v_1$

Beispiel:

$$P_1 = 2 \text{ bar}$$

$$A_1 = 1 \text{ m}^2$$

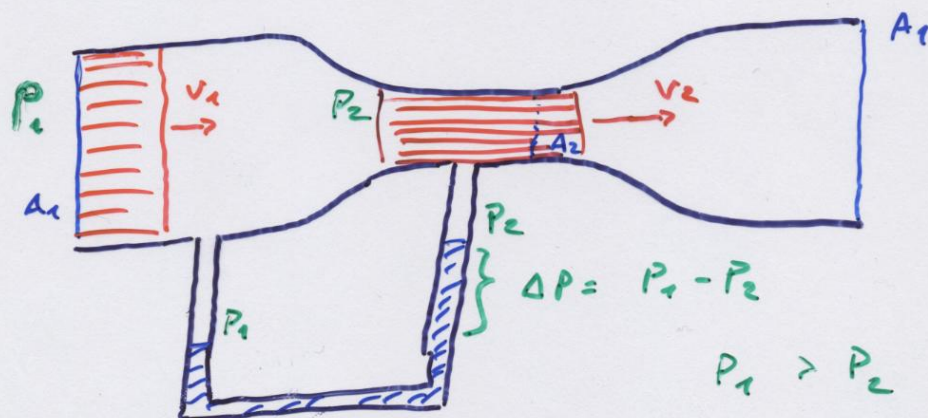
$$v_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$A_2 = 0,1 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow P_2 = 1,5 \text{ bar}$$

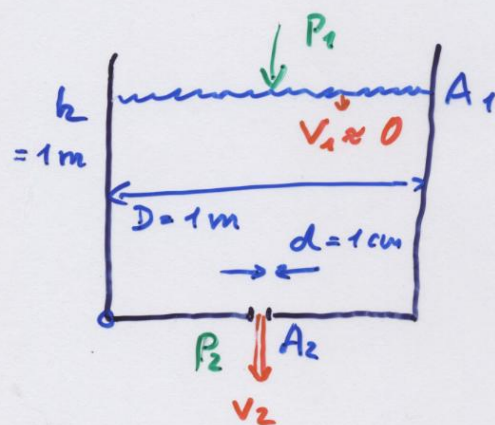
Anwendung: Strömungsmessinstrument



Messung von ΔP , A_1 , A_2 :

$$\phi = A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \Delta P}{\rho \left(\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right)}}$$

Beispiel: Faß mit Loch im Boden



$$P_1 = P_2 = 1 \text{ bar}$$

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot h = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

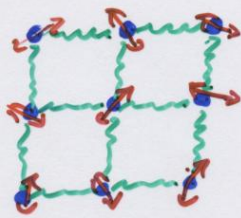
$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$\text{für } A_2 = \pi \cdot (0,5 \text{ cm})^2$$

$$\begin{aligned} \phi &= A_2 \cdot v_2 = A_2 \cdot \sqrt{2gh} \\ &= 3,5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \\ &= 0,35 \text{ lt/s} \end{aligned}$$

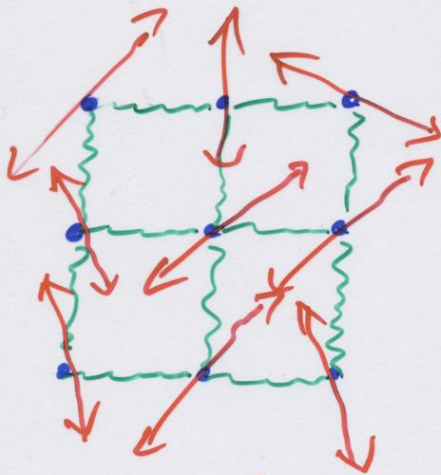
5.3 Thermische Eigenschaften von Festkörpern und Flüssigkeiten

a) Thermische Expansion



kalt

Wärme: Schwingungen der Atome
(Moleküle)



heiß

Amplitude vergrößert sich: Atome
brauchen mehr Platz =>

$$\text{Längenänderung: } \frac{\Delta L}{L} = \alpha \cdot \Delta T$$

Ausdehnungskoeffizienten:

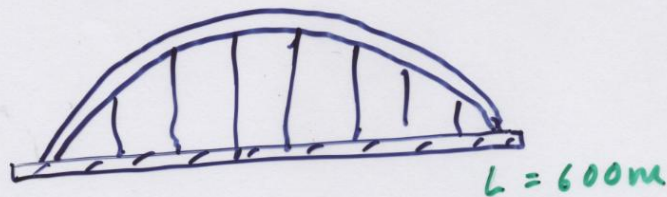
Al: $\alpha = 24 \cdot 10^{-6} / K$

Stahl: $10 \cdot 10^{-6} / K$

Glas: $9 \cdot 10^{-6} / K$

Quarz: $0,4 \cdot 10^{-6} / K$

Beispiel 600 m lange Stahlbrücke

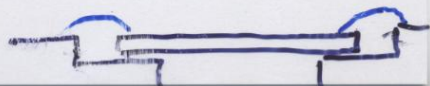


T_1 (Winter) = $-40^\circ C$

T_2 (Sommer) = $+40^\circ C$

$$\begin{aligned}\Delta L &= L \cdot \alpha \cdot \Delta T \\ &= 600m \cdot 10 \cdot 10^{-6} / K \cdot 80 K \\ &= 48 cm (!)\end{aligned}$$

Technische Lösung: Schwelle



Demo : bestimme α eines
Rohres aus Stahl

$$L = 60 \text{ cm}$$

$$\Delta T = 70 \text{ K}$$

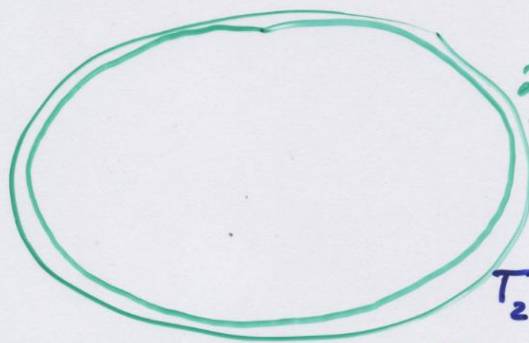
$$\Delta L = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\Delta L}{L} \cdot \frac{1}{\Delta T}$$

$$\alpha = \frac{5,5 \cdot 10^{-2}}{60} \cdot \frac{1}{70}$$

$$= 13 \cdot 10^{-6} / \text{K} \quad (\approx 20\% \text{ Fehler})$$

Beispiel : LHC



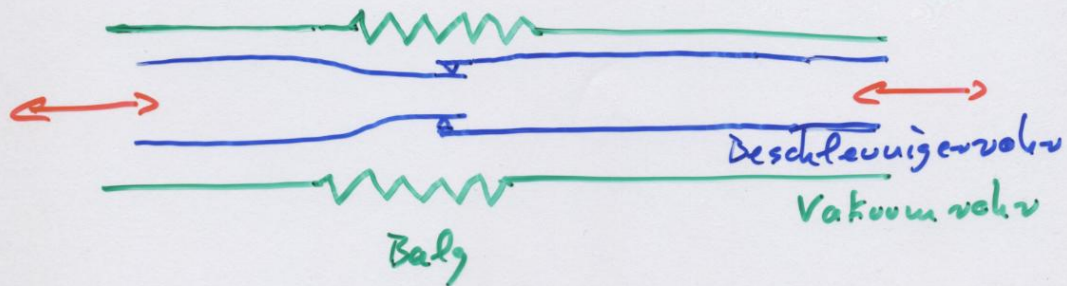
27 km Vakuum-
rohr aus Stahl

$$T_2 = 1,5 \text{ K}$$

$$[T_1 = 290 \text{ K}]$$

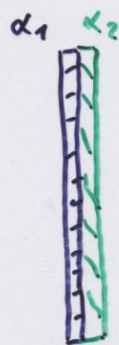
$$\Delta L = L \cdot \alpha \cdot \Delta T = 27 \text{ km} \cdot 10^{-5} / \text{K} \cdot 288,5 \text{ K}$$
$$= 80 \text{ m}$$

Technische Lösung :



Anwendung

Bimetallstreifen



T_1



$\alpha_2 < \alpha_1$

$T_2 > T_1$

Verwendung =

Temperaturmessung,
Thermostat

