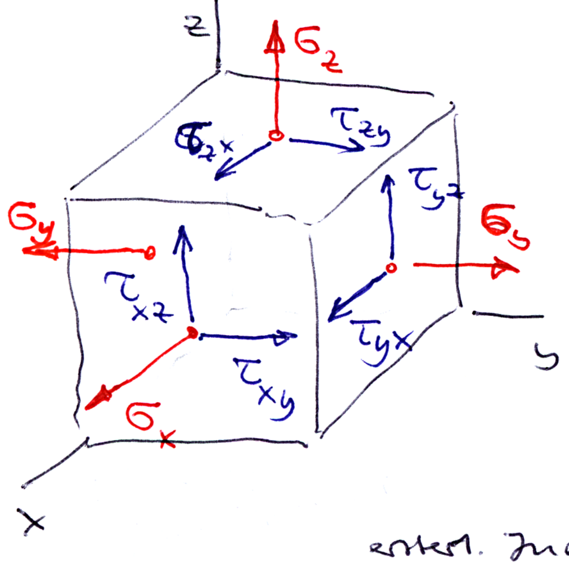
Spannung

3-dimensionaler FK,

würfelförmiges Körperelement



drei Normalspannungen

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$

(auch jeweils gegenüber)

sechs Schubspannungen

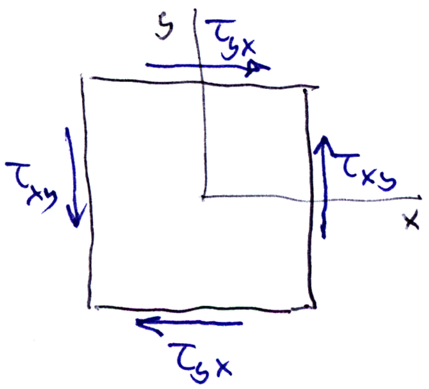
$\tau_{xy}; \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\ \tau_{zy}$

(auch jeweils gegenüber)

erster Index: Schnittebene

zweites Index: Wirkungsrichtung

damit der Würfel nicht rotiert, muss das resultierende Drehmoment verschwinden



$$\rightarrow \quad \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Spannungszustand als Matrix geschrieben:

$$\underline{\underline{S}} = \sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

<u>Spannungstensor</u>
(symmetrisch)
engl. <u>stress</u>-tensor

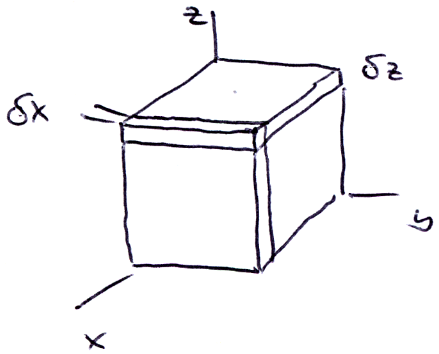
wg. Schreibsymmetrie: $\tau_{xy} \rightarrow \sigma_{xy}$ usw

$\sigma_x \rightarrow \sigma_{xx}$ usw

Dehnung

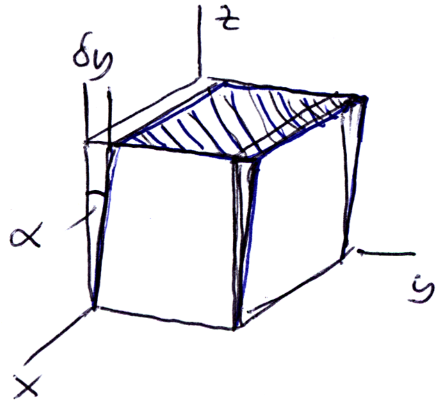
allgemein 3-dim. FK

würfelförmiges Körperelement



$$\varepsilon_{xx} = \frac{\delta x}{x} \quad \text{(dimensionslos)}$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\delta z}{z}.$$



Scherung:

z.B. Verschiebung der z-orientierten Fläche um δy

$$\varepsilon_{zy} = \frac{\delta y}{z} = \tan\alpha \approx \alpha$$

relative Größe, dimensionslos

Deformationszustand als Matrix geschrieben:

$$\varepsilon_{kl} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

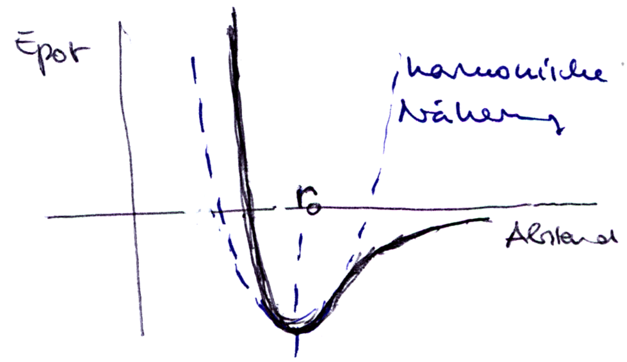
Verzerrungs- oder Deformationstensor

(symmetrisch $\Leftrightarrow$ ohne starre Rotation, oder Verschiebung)

engl: strain - tensor

Verknüpfung von Spannung und Deformation

im linearen Bereich,
d.h. interatomares Potential
harmonisch:



<u>Hooke'sches Gesetz</u>:

Spannung = ~~Elastizität~~ Moduln · Deformation
(Steifigkeit)

$$\boxed{\sigma_{ij} = C_{ijkl}\,\varepsilon_{kl}}$$

↑ Tensor 4. Stufe, $81 = 9 \times 9$ Elemente

rechte Seite: Einstein'sche Summenkonvention,
über doppelt auftretende Indizes
wird summiert (z.B. $\sigma_{12} = \sum_k \sum_l C_{12kl}\,\varepsilon_{kl}$)

σ_{ij} und ε_{kl} sind symmetrische Tensoren (2. Stufe)

→ jeweils 6 verschiedene Elemente

→ C_{ijkl} lässt sich als 6×6 Matrix darstellen,
die wiederum symmetrisch ist (Voigt'sche Notation)

→ C_{ijkl} kann 21 verschiedene Moduln haben,
nötig für <u>trikline</u> FK

Reduktion durch Symmetrie:

3 verschiedene Elastizitätsmoduln
bei <u>kubischen</u> Kristallen

2 verschiedene
bei <u>isotropen</u> FK