

V06 06. Nov. 12

Klassische Physik 1

WS 2012/13

Johannes Blümer

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



2. Klassische Mechanik

2.1 Kinematik der Massenpunkte

- Ortsvektoren
- Momentanwerte,
Ort-Geschwindigkeit-Beschleunigung
- Superpositionsprinzip
- Bewegungsgleichungen
- Drehbewegungen

← heute

Kreis- und Drehbewegungen

- Winkelgeschwindigkeit
- Zentripetalbeschleunigung
- Harmonische Schwingung als Projektion einer Kreisbewegung

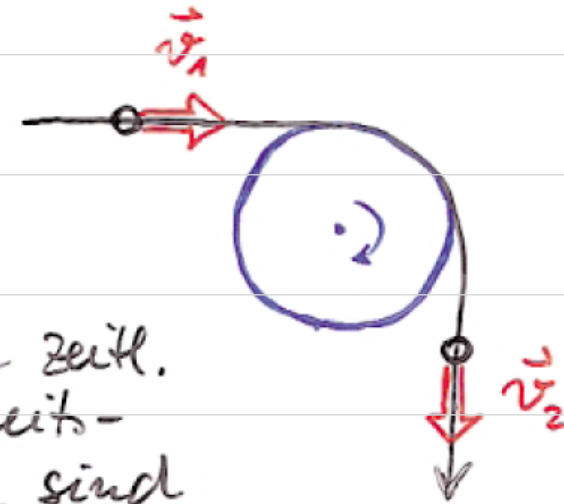
Beispiel „Umlenkrolle“

$$\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_2 \perp \vec{v}_1$$

$$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$$

auch solche zeitl.
geschwindigkeit-
änderungen sind
Beschleunigungen



Beträge bleiben gleich, Richtungen
ändern sich?

Δs 'auf dem Kreisbogen'

$$\Delta \varphi = \angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = \angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2) \rightarrow \angle(\vec{v}(t), \vec{v}(t + \Delta t))$$

$$\Delta t \rightarrow 0 : dt, \text{ dann } \Delta s \approx \Delta r \rightarrow dr$$

$$\Delta \varphi = \Delta s / R \approx \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$\Delta s = v \cdot \Delta t \text{ einsetzen}$$

$$\frac{v \Delta t}{R} \approx \frac{\Delta v}{v} \rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$



$$\boxed{\frac{dv}{dt} = \dot{v} = a_z = \frac{v^2}{R}}$$

a_z^* 'Zentripetalbeschleunigung'

$\vec{a}_z(t) \perp \vec{v}(t) \rightarrow |\vec{v}(t)|$ ändert sich nicht

Winkelgeschwindigkeit: $\frac{d\varphi}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \dot{\varphi} = \underline{\underline{\omega}}$

wenn $\omega = \text{const.} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$
 $T = \text{Umlaufzeit}$

mittlere Bahngeschwindigkeit $\underline{v} = \frac{2\pi R}{T} = \underline{\underline{\omega r}}$

momentane ~ " ~

$$\underline{v(t) = \omega(t) \cdot r(t)}$$

$r \neq \text{const.}$; nicht
auf (globale) Kreis-
bewegung beschränkt

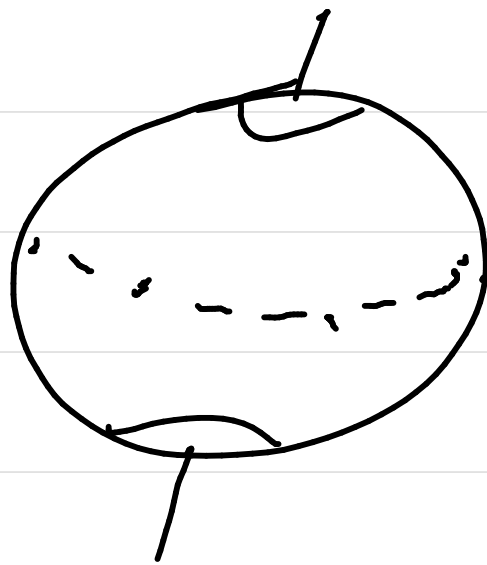
Beisp. Beschleunigung durch Erdrotation

$$r_E \approx 6400 \text{ km}, T = 86400 \text{ s}$$

$$a_z = v^2/r_E = (2\pi r_E/T)^2/r_E = \frac{4\pi^2 r_E}{T^2} \approx 2.6 \text{ cm/s}^2$$

$$\text{vgl mit } g \approx 981 \text{ cm/s}^2$$

$$a_z \approx 3\% \text{ von } g$$



gilt am Äquator

$a_z = 0$ am Pol

Umlaufzeit 'niedriger' Satelliten, $h \approx 200 \text{ km}$

$$r_s = 6600 \text{ km}, a_z = v^2/r_s \dots g(h) \approx \text{const.}$$
$$= g(h)$$

$$\hookrightarrow T = 2\pi \sqrt{r_s/g(h)} \approx 5100 \text{ s} = 85^{\text{m}}$$

hann aus Dim. arg erwarten werden

Winkelgeschwindigkeit als Vektor

$\vec{r}$ nach P, $\vec{r}, \vec{v}$ spannen eine Ebene auf

$\hat{e}_t$ Einheitsvektor der Tangente, $\vec{v} = v \cdot \hat{e}_t$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} (v \hat{e}_t) = \frac{dv}{dt} \hat{e}_t + v \frac{d\hat{e}_t}{dt}$$

= 0 für glm. Beweg. $\uparrow$

$\hookrightarrow \vec{a} = v \frac{d\hat{e}_t}{dt} : \vec{a} \perp \vec{v}$

aus $\hat{e}_t^2 = 1$ folgt

$$2 \hat{e}_t \cdot \frac{d\hat{e}_t}{dt} = 0$$

$\underbrace{\quad \quad}_\text{beide nicht } 0$

$$\text{d.h. } \hat{e}_t \perp \frac{d\hat{e}_t}{dt}$$

$\vec{v}$ und $\hat{e}_t$ drehen sich mit $\omega = d\varphi/dt$



$$\vec{r} = \begin{pmatrix} R \cos \omega t \\ R \sin \omega t \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -R\omega \sin \omega t \\ R\omega \cos \omega t \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -R\omega^2 \cos \omega t \\ -R\omega^2 \sin \omega t \end{pmatrix}$$

Zweckmässig:

$$= -\omega^2 \vec{r} = -R\omega^2 \hat{r}$$

$\vec{\omega} \perp$ Bewegungsebene

↳ gegeben durch $\vec{r}, \vec{v}$

$$\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{v} / R^2$$

$$|\vec{\omega}| = \omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R}$$

3. Komp als ϕ hinzufügen

Allg. kurvenlinige Bewegung

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \hat{e}_t + v \frac{d\hat{e}_t}{dt} = \vec{a}_t + \vec{a}_N$$

nicht mehr ϕ
wie bei glm. Bew.

Tangential-
Normal- | Besch.

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \hat{e}_t + \frac{v^2}{\rho} \hat{e}_n$$

ρ $\hookrightarrow$ Einheitsvektor in Richtung d. Normale
 lokaler Krümmungsradius

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{v^4}{\rho^2}}$$

ρ bei
 glm. Kreisbewegung $\rightarrow a = \frac{v^2}{\rho} \rightarrow \frac{v^2}{R}$

"Harmonische" Bewegungen $\leftrightarrow$ Kreisbewegungen

$$\theta \rightarrow \theta(t), \quad \theta = \frac{2\pi}{T} \cdot t = \omega t + \delta$$

"Phase" falls $\theta(t=0) \neq 0 \rightarrow \delta$

$$\ddot{\vec{a}}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t) \quad \text{VZ: } \vec{a} \text{ ist entgegengesetzt zu } \vec{r}$$

$$\ddot{\vec{a}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t) \Rightarrow -\omega^2 r \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{pmatrix} \quad \text{vgl. } \diamond$$

Dynamik

Newton'sche Axiome

1. Trägheitsprinzip

$$\vec{v} = \text{konst, wenn } \sum \vec{F}_i = 0$$

Körper [bleibt in Ruhe oder] bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit weiter, wenn keine äußere Kraft auf ihn einwirkt.

$\vec{F}$

2. Aktionsprinzip

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}, \quad \vec{a} = \vec{F} / \underline{m}$$

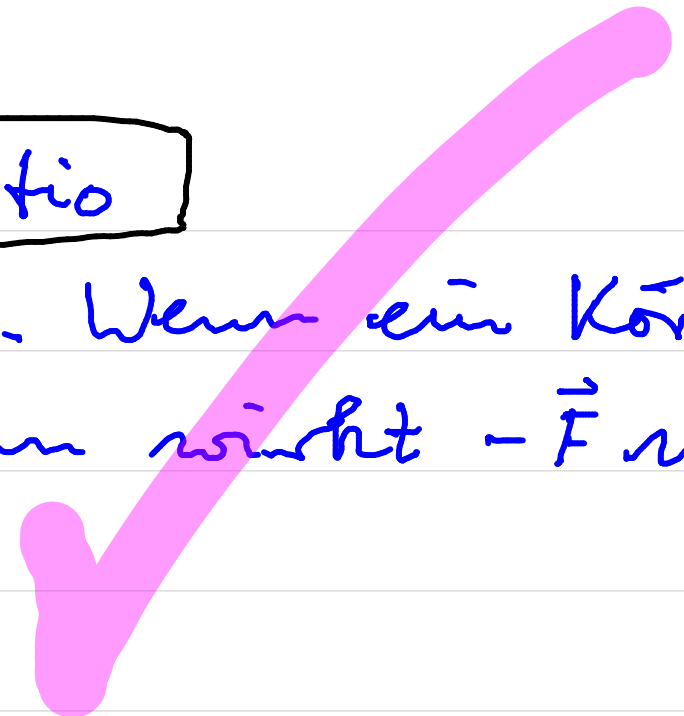
Die Beschleunigung eines Körpers ist umgekehrt proportional zu seiner Masse und direkt proportional zur resultierenden Kraft, die auf ihn wirkt.

$\sum \vec{F}_i$

3. Reaktionsprinzip

actio = reactio

Kräfte treten immer paarweise auf. Wenn ein Körper A auf B die Kraft $\vec{F}$ ausübt, dann wirkt $-\vec{F}$ von B auf A.



Bem. ② legt Massenhala fest $\rightarrow$ Urkilogramm

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

bei gleicher Kraft (Stärke)

Art der Kraft beliebig
elektromagn., Gravitation, Feder...

② verknüpft Dynamik mit Kinematik
 $\vec{F}, m$ $\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad \text{implizit: } m = \text{konst}$$

$$\hookrightarrow \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{mit } \boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}}$$

Impuls

ersetze " $\vec{F} = m\vec{a}$ "

durch

$$\boxed{\vec{F} = \dot{\vec{p}}}$$

Kraft = zeitl. Impulsänderung

Betr. freien Fall im Gravitationsfeld:

$$\vec{F} = m_t \cdot \vec{g} = m_s \vec{g} = \vec{G}$$

was ist das?

träge Masse

Gravitationskraft

Schwere Masse

$$m_t = m_s$$

träge Masse = schwere Masse $\Rightarrow$ Einstein

ART