

Klassische Physik 1

WS 2012/13

Johannes Blümer

Vertretung: Hans Dembinski für die nächsten 5 Termine

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



2. Klassische Mechanik

2.2 Dynamik der Massenpunkte

- Newton'sche Axiome
- Impuls
- Energie
- Stoßgesetze
- Reibung
- Schwingungen (1)
- Drehbewegungen (2)
- Rotierende Bezugssysteme

Zusammenfassung

V07

Do, 8. November

- Newton'sche Axiome gelten nur in Inertialsystemen $v = \text{konst.}$
- Bewegungsgleichung
$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt} \vec{v}$$

Kraft = zeitliche Impulsänderung

← weniger üblich, Beispiel: beladener Güterzug, Rakete

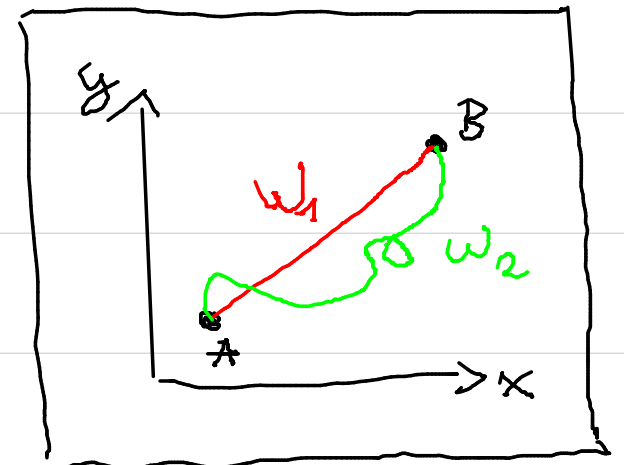
- Arbeit $W = \int \vec{F} d\vec{s}$ wirkende Kraft entlang s
 $W = 0$ falls $\vec{F} \perp d\vec{s}$ "Führungskräfte" leisten keine Arbeit
Beispiele: Fadenspannkraft im Pendel, Normalkraft bei schiefer Ebene, etc.

- konservative Kräfte: Gravitation, elektrische & magnetische Kräfte
 $W_1 = W_2$ (für beliebige A, B)

- nicht-konservative Kräfte: Reibungskräfte
 $W_1 \neq W_2$

- Leistung $P = \frac{dW}{dt}$

↑ Achtung: großes P ... Leistung
kleines p ... Impuls



Impuls

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}}$$

Folgerung

$$\vec{F} = 0 \Leftrightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \left[\sum_i \vec{p}_i = \text{const.} \right]$$

Energie

Vermögen, Arbeit zu leisten !

kin. Energie $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$

z.B. Kanonen

pot. Energie $E_{pot} = mgh$

Kugel
im Gr. stand

1m über

Boden

$E_{pot} = \frac{1}{2}kL^2$

Feder

Ausblick

Kondensator

$$E_e = \frac{1}{2} C U^2$$

Spule

$$E_m = \frac{1}{2} L I^2$$

$$\left[\text{Gesamtenergie von Körper der Masse } m \right]$$
$$E = mc^2$$

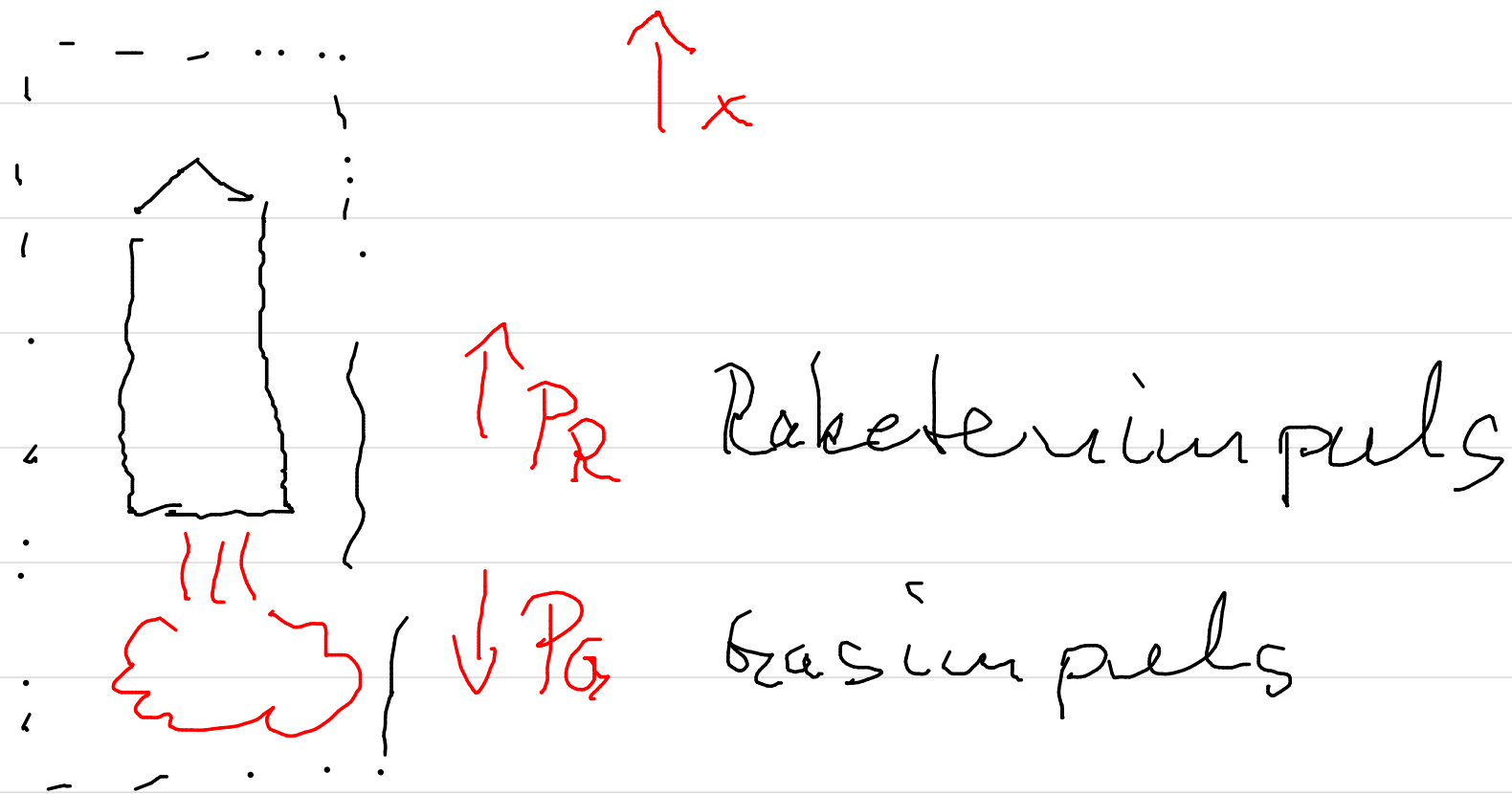
Abschlossenes System

[keine WW nach "Außen"]

$$\sum_i E_i = \text{konst.}$$

Raketengleichung

Abgeschlossenes System Rakete + Gas



Gesamtimpuls $P = P_R - P_G$

$m = m(t)$ Masse der Rakete inkl. verbl. Treibstoff

In Zeitintervall Δt

$$P_G = \Delta m v_G$$

Im Ruhesystem der Rakete



$$-v_G \mp v \mp \Delta v$$

keine äußere Kraft

Impulsänderung ist null!

$$\Delta \vec{p} = 0 \Rightarrow m v = \Delta m (-v_G \mp v \mp \Delta v) + (m - \Delta m)(v + \Delta v)$$

$$\begin{aligned} \underline{m v} &= -\underline{\Delta m v_G} + \underline{\Delta m v} + \underline{\Delta m \Delta v} + \underline{m v} - \underline{\Delta m v} \\ &\quad - \underline{\Delta m \Delta v} + m \Delta v \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 0 = -\Delta m v_G + m \Delta v$$

$$\Delta t \rightarrow dt$$

$$\Rightarrow 0 = -dm v_G + m dv$$

$$\int_0^v dv = \int_{m_0}^{m_1} \frac{dm}{m}$$

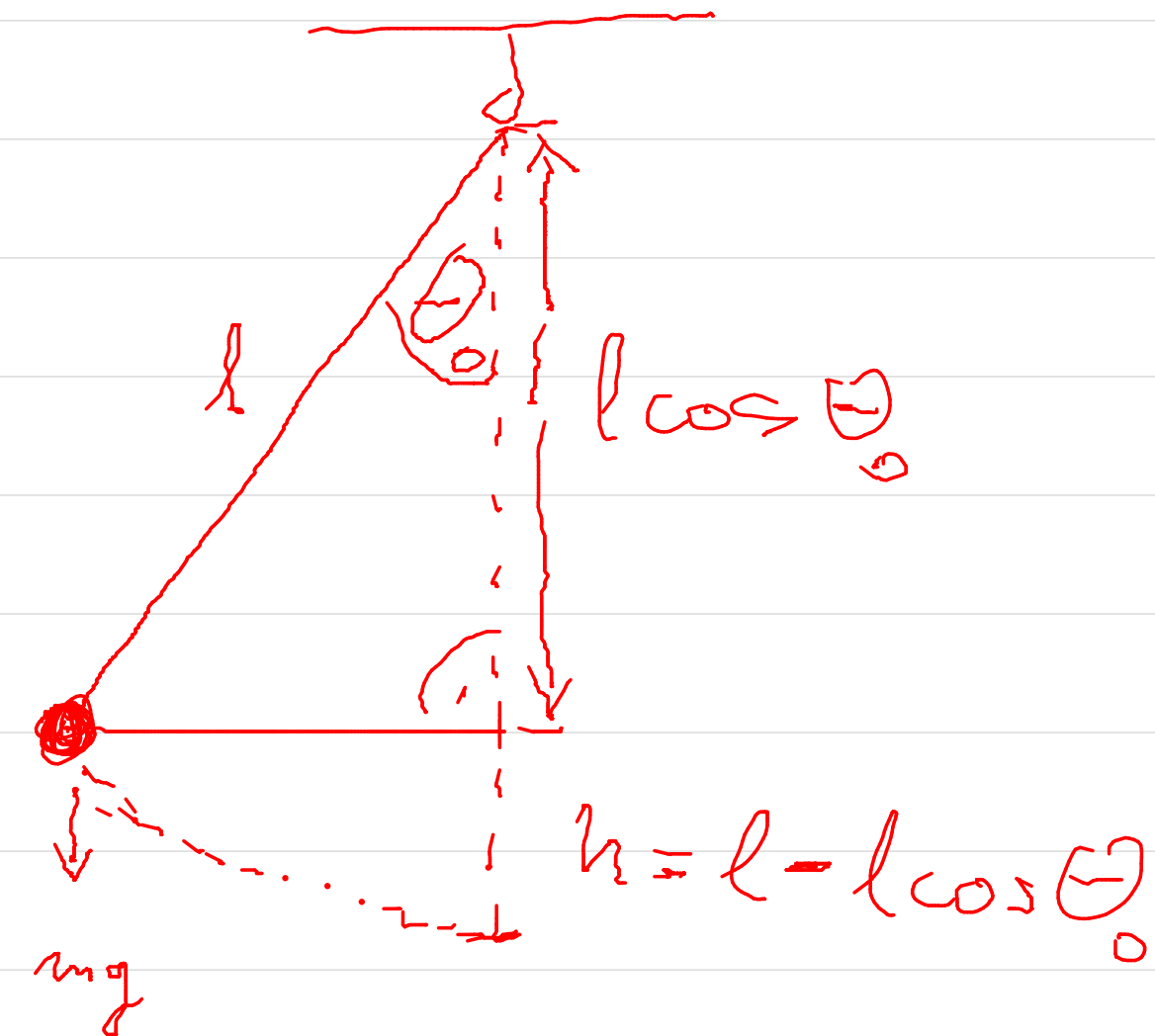
$$v = v_G \ln m \Big|_{m_0}^{m_1} = v_G (\ln m_1 - \ln m_0) = v_G \ln \frac{m_1}{m_0}$$

$$\left. \begin{aligned} \ln x/y &= \ln x - \ln y \\ \frac{d}{dx} \ln x &= \frac{1}{x} \end{aligned} \right\}$$

Endgeschwindigkeit $\propto$ Auströmungsgeschw. v_G

$$\propto \ln \frac{m_1}{m_0}$$

Energieerhaltung



keine äußeren Kräfte!

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}}^2 = 2 g l (1 - \cos \theta_0)$$

$$\theta_0 = 90^\circ : h = l$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{2 g l}$$

gleiche Formel wie für
frei fallenden Körper! ▽

Zugkraft im Faden am tiefsten Punkt

$$F_z = \underbrace{mg} + \underline{\underline{m \frac{v_{\max}^2}{l}}}$$

$$a_z = \frac{v^2}{l}$$

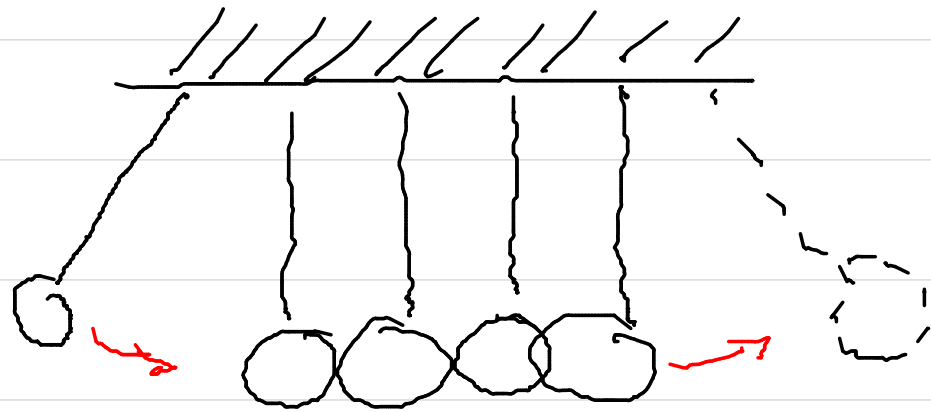
Gewichtskraft *Zentripetalkraft*

$$= mg + m \frac{2gl(1 - \cos\theta_0)}{l}$$

$$= mg + 2mg(1 - \cos\theta_0)$$

$$\theta_0 = 90^\circ \Rightarrow F_z = 3mg$$

□ Energie- und Impulssatz & Mehrfachpendel



m Kugelmasse
ideale elastische Stöße

j
stoßende Kugeln

k
gestoßene Kugeln

$$E_{kin} = \frac{1}{2} (j m) v^2 = E'_{kin} = \frac{1}{2} (k m) v'^2 \quad (1)$$

$$p = (j m) v = p' = (k m) v' \quad (2)$$

Energie + Impulssatz

$$[a^2 = a \Rightarrow a = 1]$$

$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad \frac{j}{k} = \frac{v'}{v} \\ \textcircled{1} \quad \frac{j}{k} = \frac{v'^2}{v^2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{für} \\ \text{alle} \\ \frac{v'}{v} \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \left(\frac{v'}{v} \right)^2 \Rightarrow v' = v$$

Einsetzen in $\textcircled{2}$

$$\Rightarrow \bar{j} = k$$

j, k ganze Zahlen...

↳ Verallgemeinerung auf bel. ~~ISO~~ Banach

Körper und
Geschwindigkeiten?

2.1.4 Stoßgesetze

□ elastischer Stoß

E_{gesamt}
 E_{kin} erhalten

→ keine Deformation

keine Arbeit verrichtet

etc...

□ (Völlig) inelastischer
Stoß

Gemeinsame Bewegung
nach Stoß mit
gleicher Geschw.

$\Delta E_{\text{kin}} \rightarrow U_{\text{deform}}, \text{ Wärme}$

In der Praxis meist Mischformen!

$$\sum_i E_{\text{kin},i} = \sum_i E'_{\text{kin},i}$$

$$\sum_i p_i = \sum_i p'_i$$

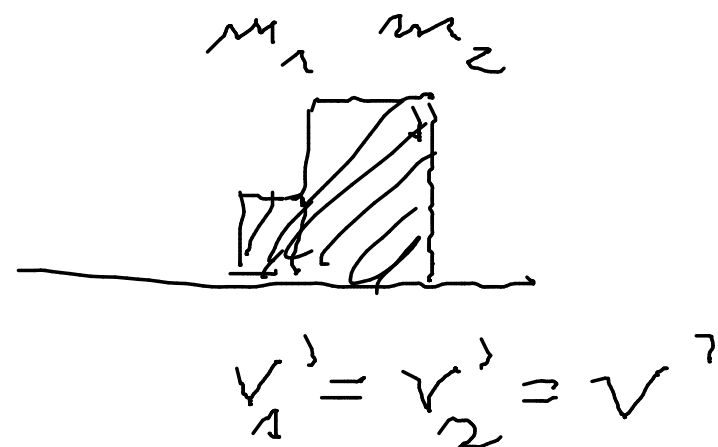
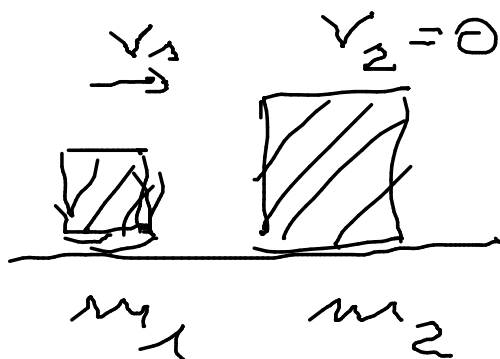
$$v_1' = v_2'$$

$$\sum_i p_i = \sum_i p'_i$$

Impulserhaltung
"fundamentaler"

Inelastischer Stoß

Impulssatz



$$m_1 v_1 + m_2 \cdot 0 = m_1 v_1' + m_2 v_2' = (m_1 + m_2) v'$$

$$\Rightarrow \boxed{v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1}$$

Energie?

$$E_{\text{kin}}^{(1)} = E_{\text{kin}}^{(1+2)} + W_{\text{Stoß}}$$

$$\parallel \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\parallel \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2$$

$$W_{\text{Stoß}} = \frac{1}{2} m v_1^2 \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) = E_{\text{kin}}^{(1)} \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$m_2 \gg m_1 \Rightarrow W_{\text{Stoß}} \approx E_{\text{kin}}^{(1)}$$

□ Elastischer Stoß

innere Energie des Systems ändert sich nicht!

$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \\ \textcircled{2} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \text{ Gl.} \\ 2 \text{ Unb.} \\ \text{"✓"} \end{array}$$

$$\textcircled{1} \quad m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 (v_2'^2 - v_2^2)$$

$$\underline{m_1 (v_1 - v_1') (v_1 + v_1')} = \underline{m_2 (v_2' - v_2) (v_2' + v_2)}$$

$$\textcircled{2} \quad \underline{m_1 (v_1 - v_1')} = \underline{m_2 (v_2' - v_2)}$$

$$\Rightarrow v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v_1 - v_2 = - (v_1' - v_2')} \quad \textcircled{3}$$

Relativgeschw. vor
dem Stoß

Relativgeschw. nach
dem Stoß