

Klassische Physik 1

WS 2012/13

Johannes Blümer

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA

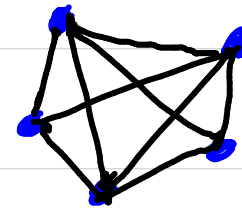


2. Klassische Mechanik

2.2 Dynamik der Massenpunkte

- Newton'sche Axiome
- Impuls
- Energie
- Stoßgesetze
- Reibung
- Schwingungen (I)
- Drehbewegungen (2)
- Rotierende Bezugssysteme

Ausgedehnte starre Körper



„starr“ Systeme von Massenpunkten

Schwerpunktsbestimmung

$$\vec{R}_s = \frac{\sum m_j \vec{r}_j}{\sum m_j} \longrightarrow \frac{\int \vec{r} dm}{\int dm}$$

Massenpunkte kont. Verteilung



kontinuierl. Massenverteilung
Dichte $\rho(\vec{r})$

2-dim Beispiel: Ann. gleichmäßige Massenbelegung
 $dm = \rho \cdot dA$

Komponentenweise lösen!

$$\vec{R}_s = \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \end{pmatrix} \quad x_s = \frac{\int x dm}{\int dm} \rightarrow \frac{1}{A} \int_0^a x dA$$

L Flächenelement

$dA = dx \cdot y(x) = dx \left(\frac{b}{a} x \right)$
 $A = \frac{1}{2} b a$ Dreiecksfläche

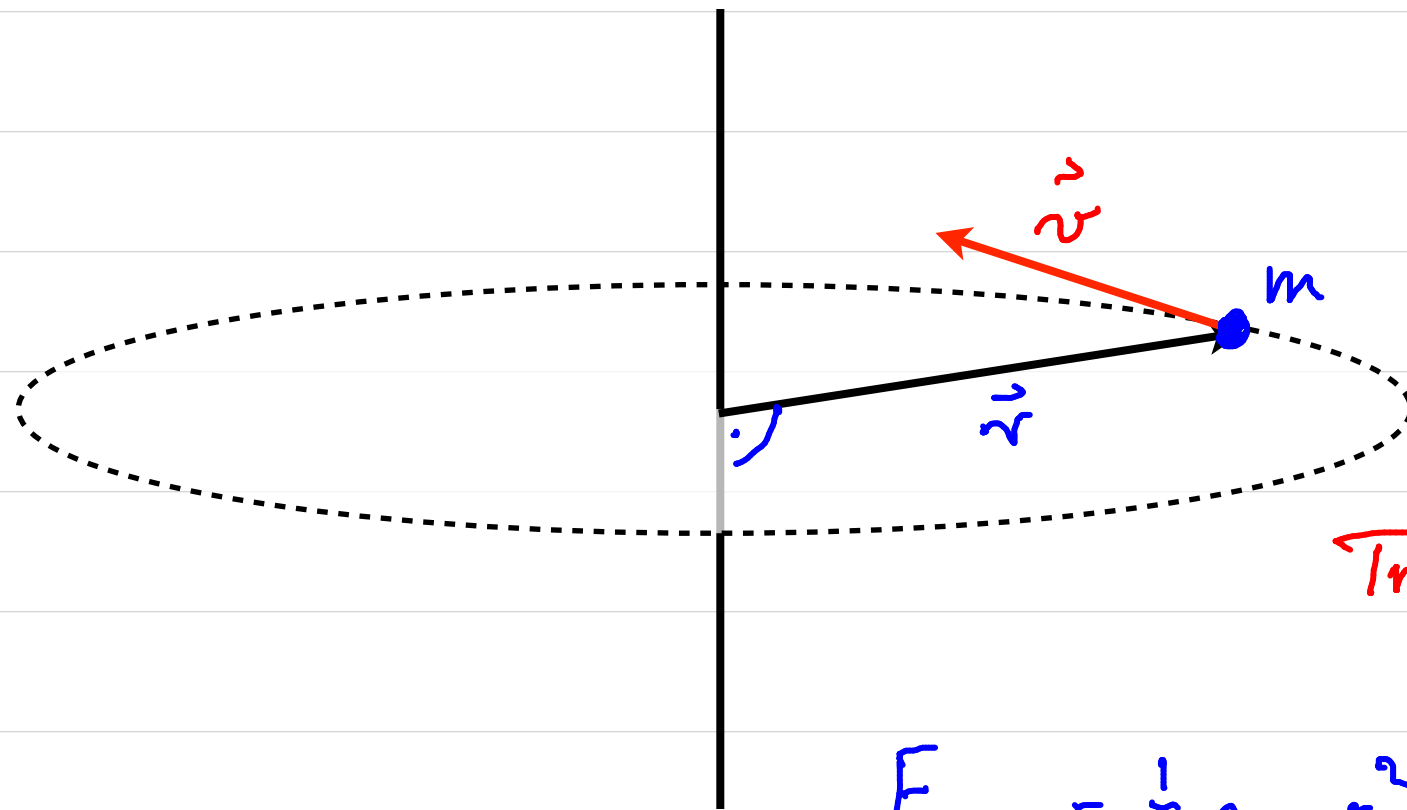
$$x_s = \frac{1}{A} \int_0^a \left(\frac{b}{a} \right) x^2 dx = \frac{2}{b \cdot a} \cdot \frac{b}{a} \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^a = \frac{2}{3} a //$$

$$y_s = \frac{1}{A} \int_0^b y \, dA \quad dA = dy \cdot x(y) = dy \cdot \left(a - \frac{a}{b} \cdot y\right)$$

$$= \dots \frac{1}{3} b$$

$$\vec{R}_s (\text{Dreieck}) = \begin{pmatrix} 2/3 a \\ 1/3 b \end{pmatrix}$$

Trägheitsmoment



umlaufendes Masselement

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (\omega r)^2$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$= \frac{1}{2} \boxed{m r^2} \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2$$

Translation

Rotation

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \longrightarrow E_{rot} = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} J \omega^2$$

mit „Trägheitsmoment“
 $J = m r^2$

$$[J] = \text{kg m}^2$$

$$N \text{ Teilchen: } E_{kin} = \sum_{j=1}^N E_{kin,j} = \sum \frac{1}{2} m_j r_j^2 \omega^2 = E_{rot}$$

r_j verschieden

gleich

ausgedehnte Körper: $m_j \rightarrow \Delta m \rightarrow dm, \sum \rightarrow \int$

(Masse-)Trägheitsmoment beliebiges Körper:

$$J = \int_{(V)} r^2 dm$$

Integr. Volumen
muss gesamte
Masse einschließen

$$dm = \underbrace{\rho(\vec{r})}_{\text{Dichte}} dV$$

(Masse-) Dichte; ortabhängig oder nicht

$$\rightarrow J = \int_{(V)} \rho r^2 dV$$

Bewegung starrer Körper

	Translation	Rotation
Lage, Position	Ortsvektor $\vec{r}$	Drehachse, Drehwinkel
Geschwindigkeit	$\vec{v} = d\vec{r}/dt = \dot{\vec{r}}$	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \dot{\vec{\varphi}}$
Beschleunigung	$a = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$	$\vec{\dot{\omega}} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} = \ddot{\vec{\varphi}}$
Masse	m	Trägheitsmoment $J = \int r^2 dm$
kin. Energie	$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$	$E_{rot} = \frac{1}{2} J \omega^2$
Impuls	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
Kraft	$\vec{F}$	Drehmoment $\vec{M}$
Bewegungsgl.	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$
Arbeit	$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$	$W = \int \vec{M} d\vec{\varphi}$

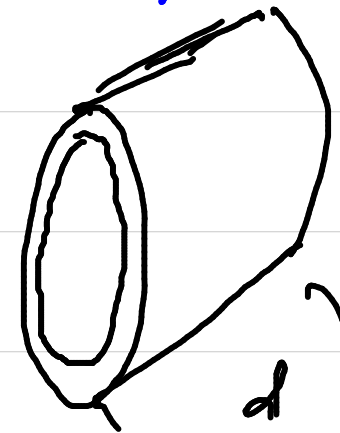
Vollzylinder und Hohlzylinder auf schiefer Ebene

Vollzylinder: $\int r^2 dm$ $dm = \rho dV = \rho \cdot \underbrace{2\pi r d dr}$

$$J_{\text{voll}} = \int_{r=0}^R \underline{r^2} \rho \underline{2\pi r d} \underline{dr}$$
$$= \frac{1}{2} \pi d \rho R^4, \quad m = \pi R^2 \cdot d \cdot \rho$$

$$\boxed{J_{\text{voll}} = \frac{1}{2} m R^2}$$

dünner Hohlzyl. mit
Dicke d , Radius r
→ aufintegrieren ;)



in Zyl. Koord.: $J_{\text{voll}} = \int_m r^2 dm = \rho \int_v r^2 dV$

$$= \rho \int \int \int (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} r \\ \varphi \\ z \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow dV = r dr d\varphi dz$$

$$J_{\text{voll}} = \rho \int_{r=0}^R \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^d r^2 \cdot \overbrace{r \, dr \, d\varphi \, dz}^1 = \rho \cdot 2\pi d \frac{1}{4} R^4 = \frac{1}{2} m R^2$$

Hohlzylinder: } aus Subtraktion von 2 Vollzylinder

$$J_{\text{Hohl}} = J_1 - J_2 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 - \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \quad \begin{array}{l} m_i = \pi r_i^2 \rho d \quad i=1,2 \\ m = m_1 - m_2 \end{array}$$

$$= \frac{1}{2} \pi \rho d (r_1^4 - r_2^4) = \frac{1}{2} \pi \rho d (r_1^2 - r_2^2) (r_1^2 + r_2^2)$$

$$= \frac{1}{2} \underbrace{(m_1 - m_2)}_m (r_1^2 + r_2^2)$$

$$= \frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2) > J_{\text{voll}}$$