

Klassische Physik 1

WS 2012/13

Johannes Blümer

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



2. Klassische Mechanik

2.2 Dynamik der Massenpunkte

- Newton'sche Axiome
- Impuls
- Energie
- Stoßgesetze
- Reibung
- Schwingungen (1)
- Drehbewegungen (2)
- Rotierende Bezugssysteme

Zusammenfassung v13

- **Ausgedehnte starre Körper**

- Schwerpunkt

$$\vec{R}_s = \frac{\int \vec{r} dm}{\int dm}$$

- Trägheitsmoment

$$J = \int_V r^2 dm \rightarrow \rho \int_V r^2 dV \quad \text{für homogene Körper}$$

- Rotationsenergie/arbeit

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J \omega^2 \qquad W = \int \vec{M} d\phi$$

- **Trägheitsmomente einfacher Körper**

$$J_{\text{Hohlzylinder}} = MR^2 \quad \text{für } R_2 - R_1 \ll R_2 = R$$

$$J_{\text{Vollzylinder}} = \frac{1}{2} MR^2$$

$$J_{\text{Hohlkugel}} = \frac{2}{3} MR^2$$

$$J_{\text{Vollkugel}} = \frac{2}{5} MR^2$$

$$J_{\text{Stange, Mittelpunkt}} = \frac{1}{12} Ml^2$$

$$J_{\text{Stange, Endpunkt}} = \frac{1}{3} Ml^2$$

□ abrollender Körper

$$E_{\text{pot}} \rightarrow E_{\text{kin}} + E_{\text{rot}}$$

↑ Translation ↖ rollender Körper

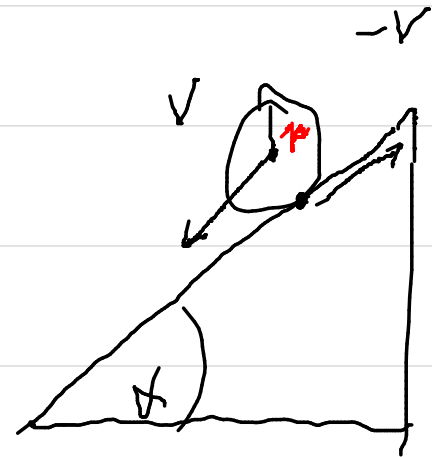
Bewegungsgleichungen:

$$F = ma$$

$$M = \int \vec{r} \cdot d\vec{w}$$

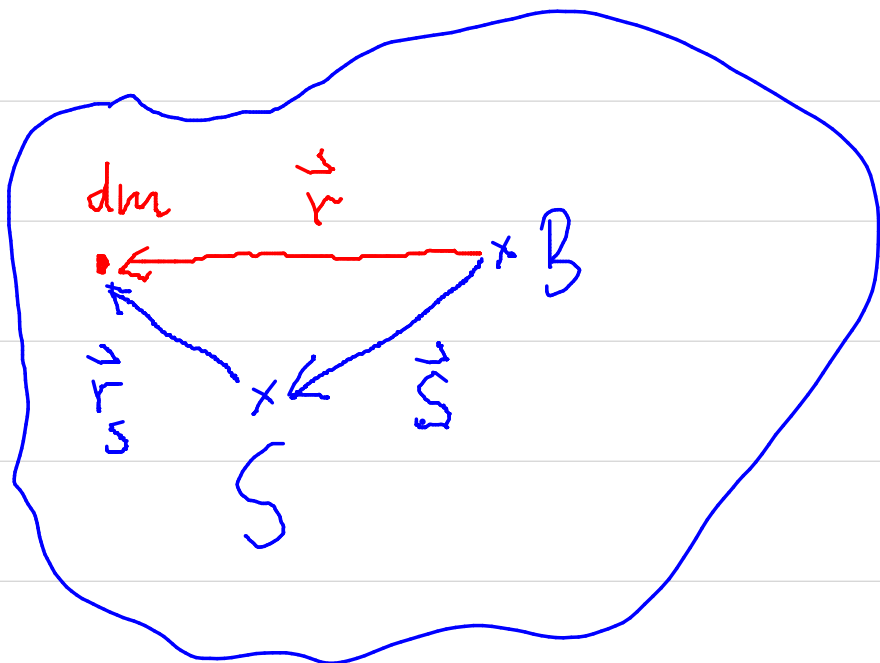
Translation des Schwerpunkts

Rotation um Achse



$$v = \omega r$$

□ Steiner'scher Satz



$$\begin{aligned} J &= \int_V \vec{r}^2 dm = \int_V (\vec{r}_S + \vec{s})^2 dm \\ &= \int_V r_S^2 dm + 2 \vec{s} \underbrace{\int_V \vec{r}_S dm}_{=0} + s^2 \underbrace{\int_V dm}_M \end{aligned}$$

$$= \int_V r_s^2 dm + s^2 M = \int s + s^2 M$$

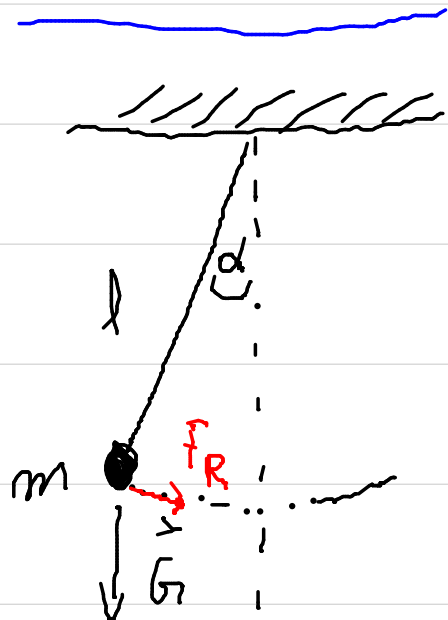
TM des Schwerpunkts ⇒

TM bzgl. Schwerpunktsachse

s ... radiale Abstand von Rotationsachse zu Schwerpunkt

Anwendung: Drehschwingung, z. B. Torsionspendel, physikalisches Pendel

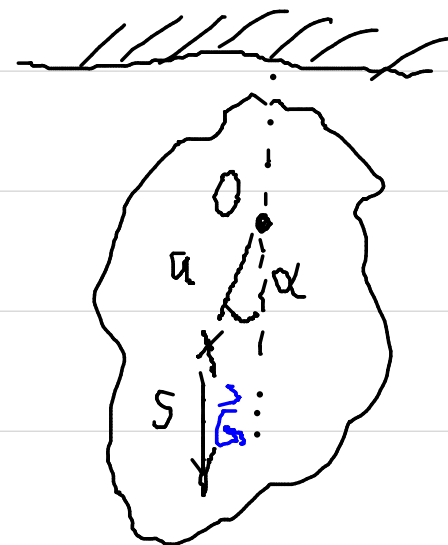
math. Pendel



Bewegungsgl.

$$\dot{L} = \vec{M}$$

physikalisches Pendel



Drehachse
+ durch
Bild

S : Schwerpunkt

$$\begin{aligned} J\ddot{\omega} &= -lmg \sin\alpha \\ &= -lF_R \end{aligned}$$

$$J = ml^2$$

$$\ddot{\alpha} = -\frac{g}{l}\alpha$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\boxed{\sin\alpha \approx \alpha}$$

$$\alpha \ll 1$$

← identifizieren →

$$\Rightarrow \text{reduzierte Pendellänge } l_{\text{red}} = \frac{J_S + ma^2}{am}$$

gibt Lage des sogenannten
"Schwingungsmittelpunktes" oder "Stoßmittelpunktes" an

Beispiel: Stangenpendel

$$J_S = \frac{1}{12} ml^2$$



$$\omega = \sqrt{\frac{l/2 mg}{m(\frac{1}{12} l^2 + \frac{1}{4} l^2)}}$$

$$= \sqrt{\frac{g}{l_{\text{red}}}}$$

$$a = \frac{l}{2}$$

$$l_{\text{red}} = \frac{2}{3} l$$

$$J\ddot{\omega} = -amg \sin\alpha$$

$$J = J_S + ma^2$$

$$\ddot{\alpha} = -\frac{amg}{J_S + ma^2} \alpha$$

$$\omega = \sqrt{\frac{amg}{J_S + ma^2}}$$

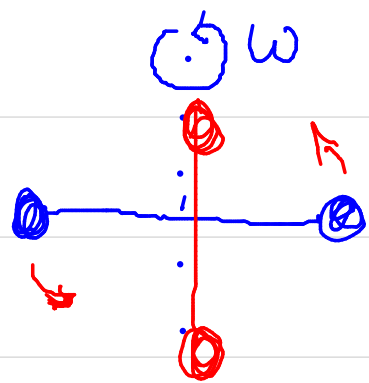
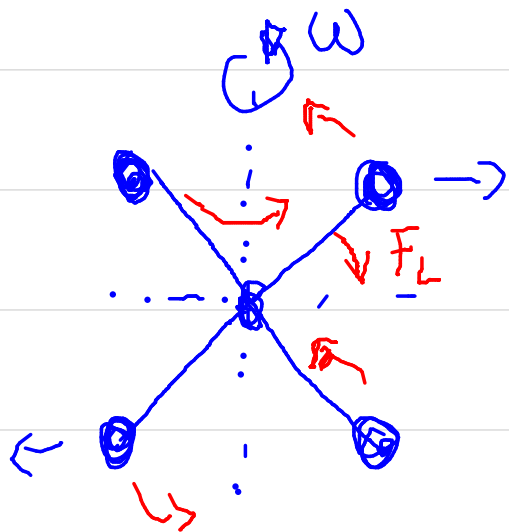
$$\frac{J_S + ma^2}{am} \xrightarrow{J_S \rightarrow 0} a$$

□ dynamische Unwucht

$$\vec{\omega} \nparallel \vec{L} \Rightarrow \vec{L} \neq 0$$

$\vec{L}$ dreht sich während der Rotation im Raum $\Rightarrow$ Drehmoment

"dynamische Unwucht"



Abhilfe gegen dyn. Unwucht:

1) zusätzliche Massen anbringen

2) Drehachse durch Symmetrieachse legen

"Figurenachse" = "freie Achse"

müssen nicht durch Halterungen fixiert werden, um stabile Drehbewegung zu erzielen

$\rightarrow$ keine "Lagerkräfte" F_L

Vergallgemeinerung: dynamisches Ungleichgewicht, wenn $\vec{\omega} \nparallel \vec{L}$

$$\vec{L} = \mathcal{I} \vec{\omega}$$

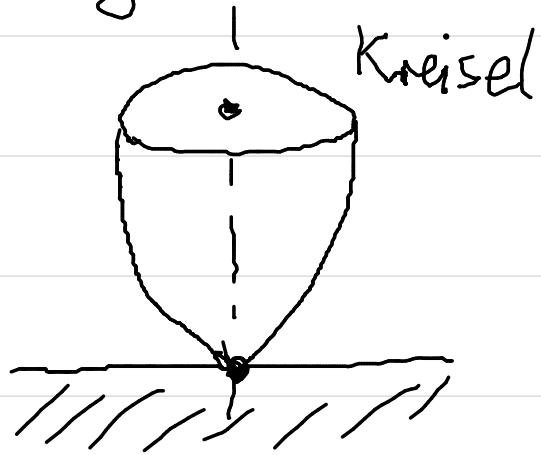
$\mathcal{I}$ ist Matrix! kein Skalar

} ... "Tensor des Trägheitsmomentes"
[vgl. Rotationsmatrizen]

Kreiselbewegungen

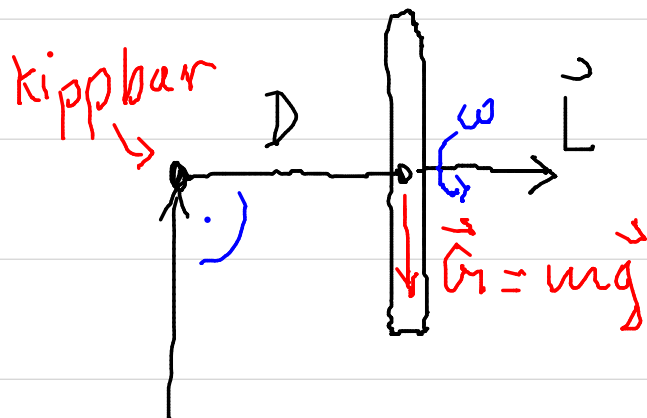
= Drehbewegung mit veränderlicher Richtung der Drehachse
! kompliziert...

physikalischer Kreisel = um freie Achse rotierender Körper,
der in einem Punkt auf der Drehachse
unterstützt wird *



* hier nur bzgl. der
Drehachse symmetrischer
Kreisel

Lagerung im Schwerpunkt
→ "kräftefreier Kreisel"
sonst: "schwerer Kreisel"



→ $\vec{G}$ führt zu Drehmoment

$d\vec{L} = \vec{M} dt$ mit $\vec{M} \perp \vec{L}$ führt zur Drehung von $\vec{L}$:

"Präzession"

Kreisfrequenz der Präzessionsbewegung:

$$dL = M dt = mg D dt$$

$$= L d\varphi \quad \swarrow \text{Drehwinkel des } \vec{L}\text{-Vektors in Zeiteinheit } dt$$

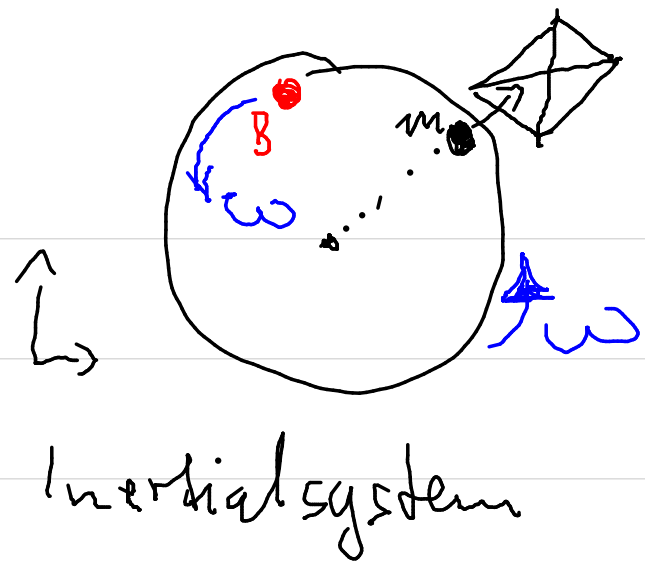
$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{mg D}{L} = \omega_p$$

Präzessions (kreis) frequenz

↪ schnelle Rotation → langsame Präzession des Kreisel

„Nutation“: gesamter Kreisel bewegt sich, da $\vec{\omega} \nparallel \vec{L}$
aber keine äußeren Kräfte: $L = \text{konst.}$

Trägheitskräfte in rotierenden Bezugssystemen



Ablenkung von
gerader Bahn durch
Corioliskraft