Klassische Physik 1

WS 2012/13

Johannes Blümer

v20 8. Januar 2013

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA

4. Relativistische Mechanik: Übersicht

- Bezugsysteme und Transformationen
  - Galilei-Transformation $t = t'$ $v \ll c$
  - Konstanz der Lichtgeschwindigkeit c stets $\sim 300\,000$ km/s
  - Inertialsysteme glm. gegeneinander bewegt, $a \equiv 0$, gleichmäßig
  - Lorentz-Transformation $t' \neq t$, $v \to c$ ok
- Spezielle Relativitätstheorie Folgerungen aus der LT, S' gegen S bewegt
  - Zeitdehnung $\Delta t = \gamma \Delta t'$
  - Längenkontraktion $\Delta l = \Delta l' / \gamma$
  - Geschwindigkeitsaddition $u = \dfrac{u' + v}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}$
  - Dopplereffekt $f_B = \dfrac{\sqrt{1 \pm \beta}}{\sqrt{1 \mp \beta}} f_Q$ $f_{B,Q}$ Lichtfrequenzen bei Beobachter, Quelle
- Relativistische Dynamik
  - relativistische Formen v. Impuls und Energie $E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$
  - Massenzunahme $m = m_0 \cdot \gamma$
  - Vierer-Vektoren $P = (E/c, \vec{p})$ $P^2 = (E/c)^2 - \vec{p}^{\,2} = m_0^2$
    $X = (ct, \vec{r})$

Zeitdehnung

S' bewegt sich mit v in x-Richtung gegen S

$\Delta t'$ zwischen Ereignissen, die in S' am gleichen Ort x_0' sind, $\Delta t' = t_2' - t_1'$

Länge des Zeitintervalls in S? $\Delta t = t_2 - t_1$

LT anwenden: $t_1 = \gamma \left(t_1' + \frac{v x_0'}{c^2} \right)$

$$t_2 = \gamma \left(t_2' + \frac{v x_0'}{c^2} \right)$$

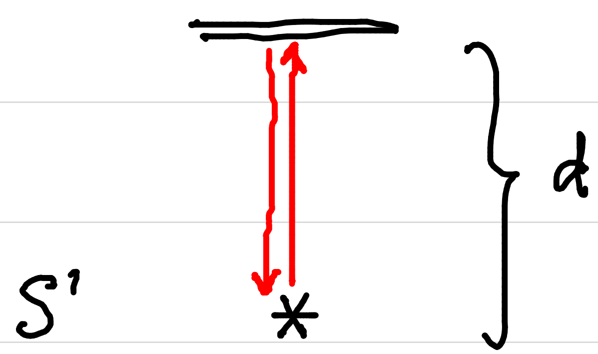
$$\Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \gamma (t_2' - t_1') = \gamma \underbrace{\Delta t'}$$

"Eigenzeit" im bewegten System, Δt_E, $\Delta \tau$

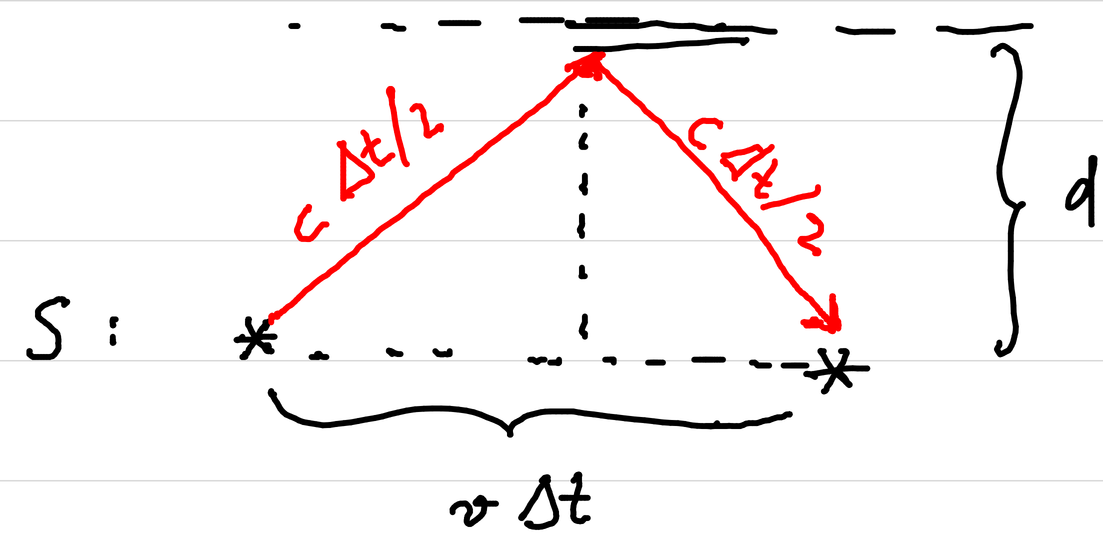
Eigenzeit = Zeitdiff. zwischen Ereignissen, die in einem Bez.system am gleichen Ort stattfinden

Eigenzeiten werden mit einer (1) Uhr gemessen

$$\boxed{\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'}$$



$$\Delta t' = \frac{2d}{c}$$



$$\left(\frac{v\,\Delta t}{2}\right)^2 + d^2 = \left(\frac{c\,\Delta t}{2}\right)^2$$

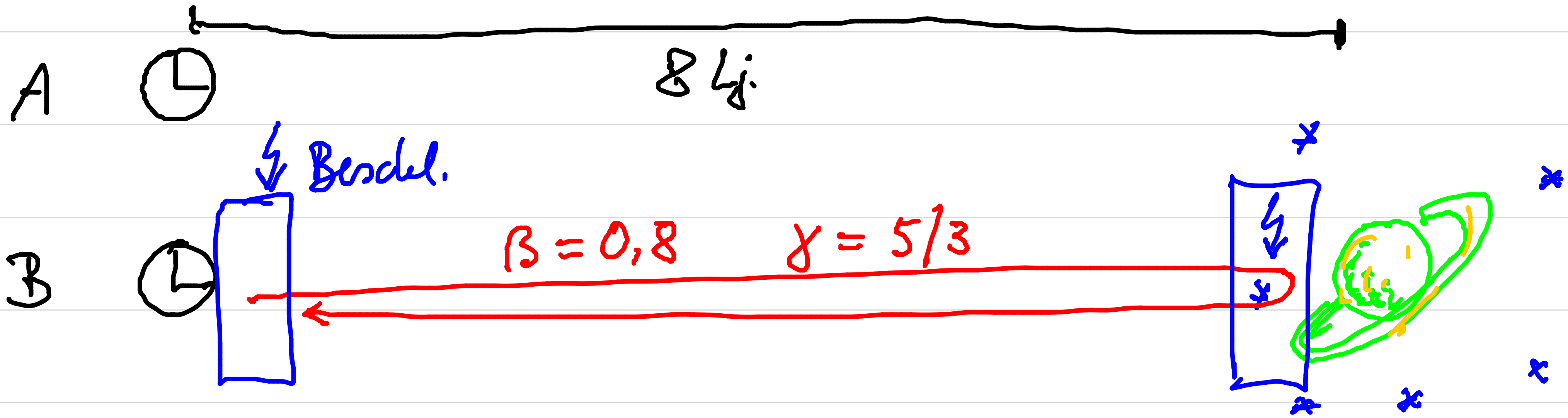
$$v^2 \Delta t^2 + 4d^2 = c^2 \Delta t^2$$

$$\Delta t^2 = \frac{4d^2}{c^2 - v^2} \rightarrow \Delta t = \frac{2d}{c} \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}_{\gamma}$$

Exp. Bestätigungen:

- Maryland 1976
  1 ruhende Uhr
  1 Uhr in Flugzeug, 15^h, 500 km/h
  → Vergleich: Diff 5 ns ✓
- kosm. Myonen
- Lebensdauer v. Teilchen in Beschleunigern

"Zwillingsparadoxon": gibt's garnicht ☺



A : + 20 Jahre

B : + 12 Jahre $= \frac{20\ \text{J.}}{\gamma}$

$L_B = \frac{L_A}{\gamma} = \frac{8\ \text{Lj}}{5/3} = 4.8\ \text{Lj}$, "$\frac{4.8\ \text{Lj}}{0.8\ c}$" $= 6\ \text{J} \times 2 = 12$ ✓

Rollentausch A, B nicht möglich

↳ nicht immer in einem Inertialsystem

Längenkontraktion

„Ruhelänge": Länge eines Objektes (o. ä.) in seinem Ruhesystem = Koordinatendifferenz

S' : Stab der Länge $l_R = l' = x_2' - x_1'$

S' bewege sich von S aus gesehen mit Geschw. v in x-Richtung

Stablänge in S ?

$l = x_2 - x_1$ gemessen bei $t_2 = t_1 = t$

$$\left.\begin{aligned} x_2' &= \gamma\,(x_2 - v t_2) \\ x_1' &= \gamma\,(x_1 - v t_1) \end{aligned}\right\}\; l_R = x_2' - x_1' = \gamma\,(x_2 - x_1) = \gamma\, l$$

oder $l = l_R/\gamma$ Lorentz-Kontraktion (Längen-)

relativistische Geschwindigkeitsaddition

S' bewege sich mit v relativ zu S

Teilchen bewege sich in S' mit Geschw. u'_x in x-Richtung

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}$$

Teilchengeschwindigkeit u_x in S ?

$$u_x = \frac{dx}{dt}$$ LT verwenden u. differenzieren !

$$\left.\begin{aligned} dx &= \gamma\,(dx' + v\,dt') \\ dt &= \gamma\left(dt' + \frac{v\,dx'}{c^2}\right) \end{aligned}\right\} \quad u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v\,dt'}{dt' + \frac{v\,dx'}{c^2}} \qquad \Big|\div dt'$$

$$u_x = \frac{dx'/dt' + v}{1 + v \cdot \frac{dx'/dt'}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v\,u'_x}{c^2}}$$

symmetrisch in u, v

Beisp. $v = 2 \cdot 10^8$ m/s $\left[2/3\, c \right]$, $u_x' = 2 \cdot 10^8$ m/s

$$u_x = \frac{4/3\, c}{1 + 4/9} = \frac{12}{13}\, c \quad \text{statt } 4/3\, c \text{ klassisch}$$

3-dim analog, LT mit $u_y', u_z' \neq 0$ $\longrightarrow$ 3 + 3 Add. Theoreme

Fehlerkorrektur 11.2.13

Dopplereffekt

vgl. Schall: Ausbreitung von Druckwellen in Luft mit Schallgeschw. v

Q Quelle, B Beobachter

$$Q: \; f_Q' = f_0 / (1 - u/v)$$
$$B: \; f_B' = f_0 \; \boxed{*} \; (1 + u/v)$$

Q, B bewegen sich mit u aufeinander zu im Medium Luft

Unterscheidung Quelle – Beobachter bei Licht nicht möglich

Im Ruhesystem des Beobachters B

$$Q \xrightarrow[v]{\qquad} B$$

B misst N elektromagn. Wellenberge in Δt_B

Wellenlänge $\lambda_B = \dfrac{c\,\Delta t_B - v\,\Delta t_B}{N} = \dfrac{c-v}{N}\,\Delta t_B$

Frequenz $f_B = \dfrac{c}{\lambda_B} = \dfrac{c}{c-v}\,\dfrac{N}{\Delta t_B} = \dfrac{1}{1-\beta}\cdot\dfrac{N}{\Delta t_B}$

Im Ruhesystem der Quelle: $N = f_Q \cdot \Delta t_Q$

Eigenfreq. ohne Dopplereffekt — Eigenzeit für Q

N muss in beiden Systemen identisch sein!

$\Delta t_B = \gamma \, \Delta t_Q$!

$$f_B = \frac{1}{1-\beta} \frac{f_Q \, \Delta t_Q}{\Delta t_B} = \frac{1}{1-\beta} \frac{1}{\gamma} f_Q$$

$$f_B = \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}} \, f_Q$$

Rolle von Q, B vertauschen $\longrightarrow$ VZW von v, β

$$\frac{f_B}{f_Q} = \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}} = \frac{\lambda_Q}{\lambda_B}$$

Anwendungen: Radar, Rotverschiebung v. Galaxien