

Klassische Physik 1

WS 2012/13

Johannes Blümer

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



4. Relativistische Mechanik: Übersicht

- Bezugssysteme und Transformationen
 - Galilei-Transformation
 - Konstanz der Lichtgeschwindigkeit
 - Inertialsysteme
 - Lorentz-Transformation
- Spezielle Relativitätstheorie
 - Zeitdehnung
 - Längenkontraktion
 - Geschwindigkeitsaddition
 - Dopplereffekt
- Relativistische Dynamik
 - relativistische Formen v. Impuls und Energie
 - Massenzunahme
 - Vierer-Vektoren

Beispiele für $E = mc^2$

$$1 \text{ kg Masse} \hat{=} 9 \cdot 10^{16} \text{ J}$$

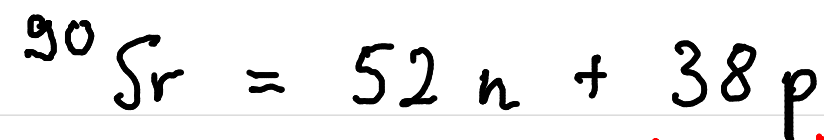
$$m_0 (\text{Proton}) = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 938 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Bindungsenergie v. } {}^2\text{D} [1p + 1n] \rightarrow 2.2 \text{ MeV}$$

$$\text{Massenverlust der Sonne} \sim 4 \text{ Mio t/s} \leftarrow \text{kerphys.} \left. \vphantom{\text{kerphys.}} \right\} \text{Prozesse}$$

$$\text{Heizwert von 1t Holz} \rightarrow \Delta m = 0.2 \text{ mg} \leftarrow \text{chem.}$$

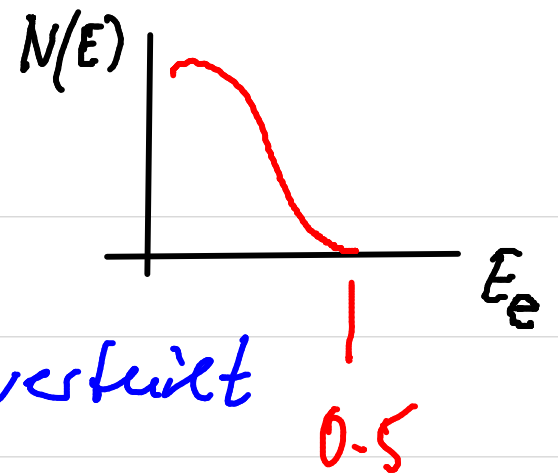
* Betazerfall



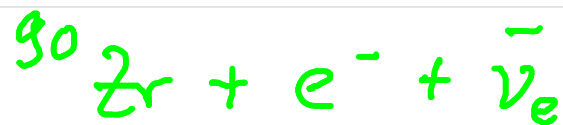
bestimmen das Element, die Chemie
variabel „Isotope“



$\bar{E} \sim 0.5 \text{ MeV}$, statistisch verteilt



$t_{1/2} \approx 29$ Jahre, d.h. nach 29 Jahren ist nur die Hälfte der ursprüngl. Menge vorh.



$\bar{E} \approx 2.3 \text{ MeV}$ $t_{1/2}$ kurz

3 Typen Strahlung

α : He-Kerne, schwer, E fest

β : Elektronen, leicht, gel.; E kontinuierlich

γ : elektr. Strahlung, sehr kurze Wellenl.

Vierers-Vektoren & rel. Invarianz

$$4\text{-Vektor: } \tilde{a} = (a_0, \vec{a}) = (a_0, a_1, a_2, a_3)$$

Skalar $\rightarrow$ $\hookrightarrow$ räuml. 3-Vektor

$$\text{Betrag eines 4-Vektors: } |\tilde{a}|^2 = a_0^2 - |\vec{a}|^2$$

$$\text{LT: } x' = \gamma(x - vt), y' = y, z' = z, t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

Orte, Längen

Zeit

$$\hookrightarrow \underline{ct'} = \gamma \left(\underline{ct} - \frac{v}{c} x \right)$$

β nur noch
Längen

LT in Matrixform:

$$\tilde{x}' = L \cdot \tilde{x}$$

$\tilde{x}$ "geeigneter 4-Vektor", L Lorentz-Tr.

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ct \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma ct - \gamma \frac{v}{c} x_1 \\ -\gamma \frac{v}{c} ct + \gamma x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \\
 = \begin{pmatrix} \gamma (ct - \frac{v}{c} x_1) \\ \gamma (x_1 - vt) \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Lorentz-Invarianz von
 geeigneten $\tilde{a}$: $|\tilde{a}|^2$ ist
 in jedem Inertialsystem gleich

Beweisf. $\tilde{X} = (ct, x_1, 0, 0)$

$$|\tilde{X}|^2 = x_0^2 - |\vec{X}|^2 = c^2 t^2 - x_1^2$$

"in System S"

$$|\tilde{X}'|^2 = x_0'^2 - |\vec{X}'|^2 = c^2 t'^2 - x_1'^2$$

"in System S'"

$$= \gamma^2 (ct - \frac{v}{c} x_1)^2 - \gamma^2 (x_1 - vt)^2$$

$$\begin{aligned}
&= \gamma^2 \left(c^2 t^2 + \frac{v^2}{c^2} x_1^2 - 2ct \frac{v}{c} x_1 \right) \\
&\quad - \gamma^2 (x_1^2 + v^2 t^2 - 2x_1 v t) \\
&= \gamma^2 \left[\underbrace{c^2 t^2 + \frac{v^2}{c^2} x_1^2 - 2 \underline{c} t \frac{\underline{v}}{\underline{c}} x_1}_{1/\gamma^2} - \underbrace{x_1^2 - v^2 t^2 + 2x_1 v t}_{1/\gamma^2} \right] \\
&= \gamma^2 \left[c^2 t^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - x_1^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \right] \\
&= c^2 t^2 - x_1^2
\end{aligned}$$

Also: $c^2 t^2 - \vec{x}^2$ ist Lorentz-invariant

2. Demo: $\tilde{a} = (E, \vec{p} c) \quad \left[\text{auch } (E/c, \vec{p}) \right]$

L.-Invariant:

$$\tilde{a}' = L \cdot \tilde{a} \quad |\tilde{a}'|^2 = |\tilde{a}|^2 = \dots ?$$

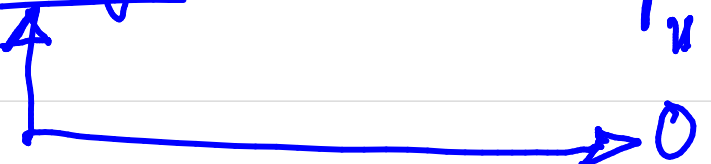
$$\tilde{a}' = \begin{pmatrix} \gamma - \gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ pc \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E\gamma - \gamma\beta pc \\ -\gamma\beta E + \gamma pc \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1-dim
nur x_1

$$|\tilde{a}'|^2 = (E\gamma - \gamma\beta pc)^2 - (-\gamma\beta E + \gamma pc)^2 = \dots = E^2 - p^2 c^2 \quad \checkmark$$

$E^2 - p^2 c^2$ ist Lorentz-invariant

→ bes. einfach im Ruhesystem: $E^2 - p^2 c^2 = (m_0 c^2)^2$



Elemente der Allg. Relativitätstheorie (A.E. 1916)

Ausgangspunkt: $m_{\text{schwer}} = m_{\text{träge}}$

↙

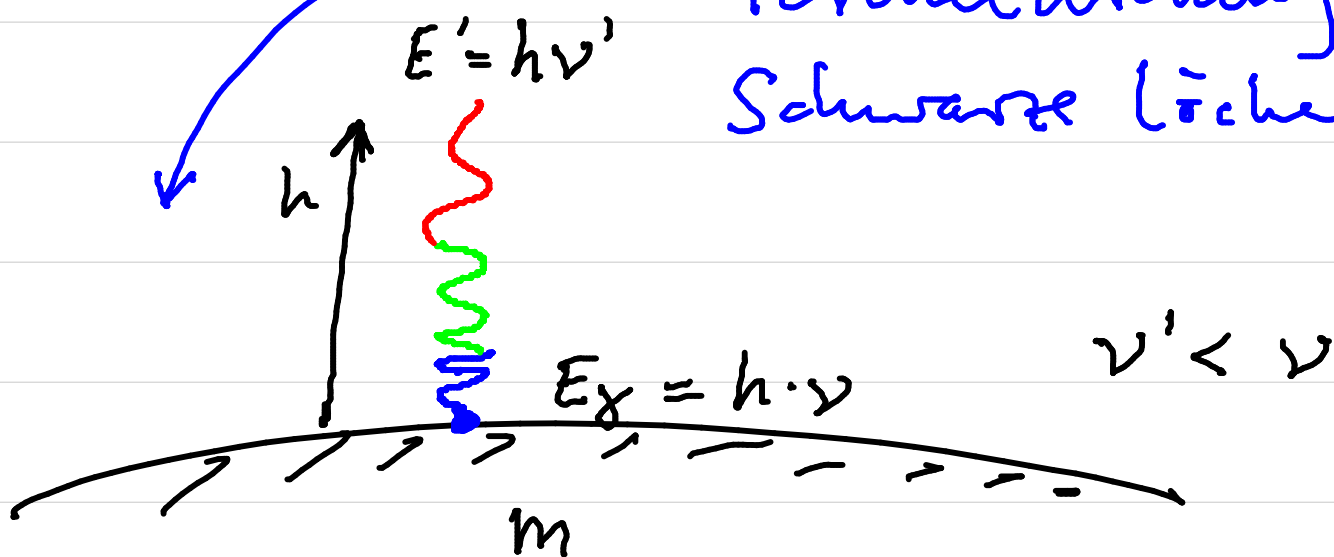
↘

gravitation

Beschleunigung

Äquivalenz Gravitation — Beschleunigung

Konsequenzen : Lichtablenkung im Gravitationsfeld : Sonne $1.73''$
 Rotverschiebung - "- Einstein -
 Periheldrehung des Merkur Ringe
 Schwarze Löcher Abell 2218



→ interpretiere die
Schnelligkeit von

Oszillationen bei Licht als Geschwindigkeit des Zeitablaufs!

III $\rightarrow$ In der Nähe schwerer Massen gehen Uhren langsamer!

III Periheldrehung des Merkurs $43.11''$ in 100 Erdjahren
415 Merkur-J.

III ● Schwarze Löcher

Erinnerung Fluchtgeschwindigkeit $v_F = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$
von Körper mit M, R

$$v_F \rightarrow c \quad : \quad c^2 = \frac{2GM}{R_c} \Rightarrow R_c = \frac{2GM}{c^2} = R$$

Schwarzschild-
Radius

$$R_{\text{Erde}} = 9 \text{ mm}$$

$$R_{\text{Sonne}} = 3 \text{ km}$$