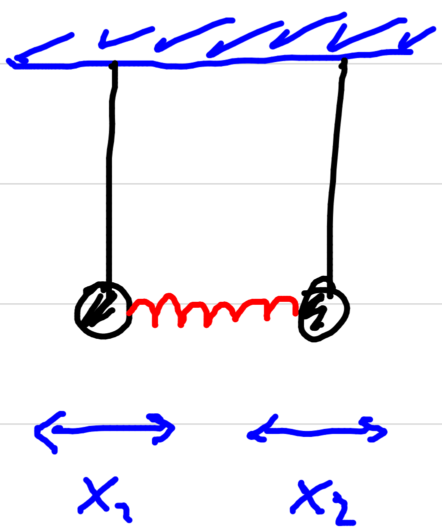
Klassische Physik 1 WS 2012/13

Johannes Blümer

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA

Gekoppelte Schwingungen

recap und Forts. → Wellen



Ansatz

$$x_1(t) = x_{10}\, e^{i\omega t}$$

$$x_2(t) = x_{20}\, e^{i\omega t}$$

Amplituden

Ansatz erlaubt nur eine (1) Frequenz

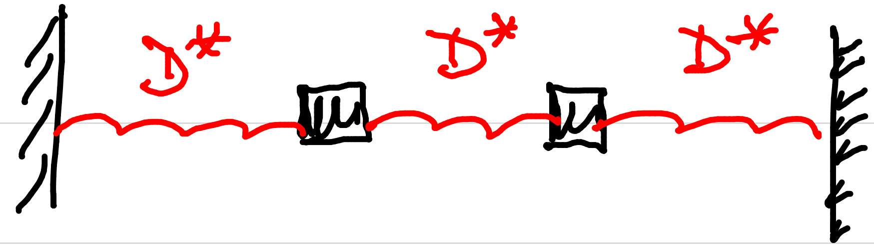
eng gefasster Ansatz liefert „nur" die beiden Moden

besser:

$$x_1(t) = x_{11}\, e^{i\omega_1 t} + x_{12}\, e^{i\omega_2 t}$$
$$x_2(t) = x_{21}\, e^{i\omega_1 t} + x_{22}\, e^{i\omega_2 t}$$

Versuch: 1 Kugel anstoßen → zeitl. Entwicklung ...

analog für Federpendel

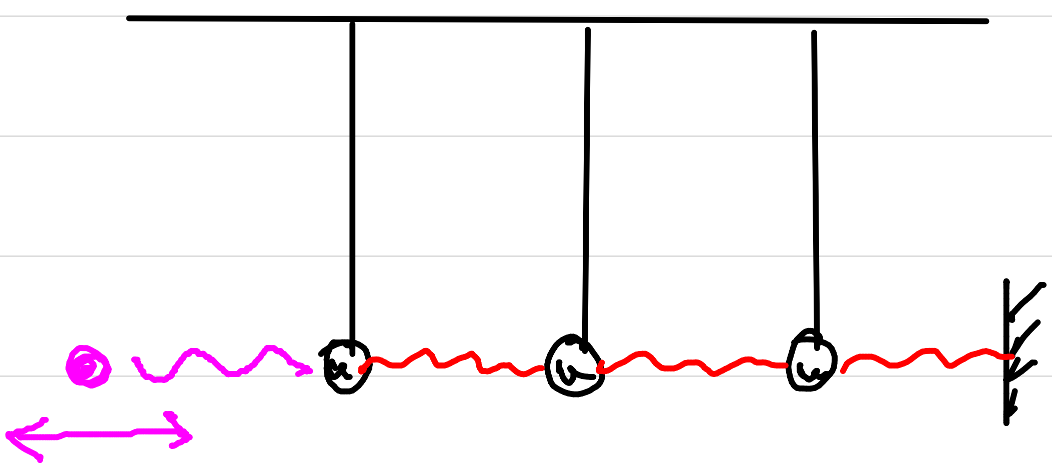


entspricht dem Fadenpendel mit $D = D^*$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{D}{m}} = \omega_- \quad ; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{3D}{m}} = \omega_+ = \sqrt{3}\,\omega_-$$

Versuch: 3 Massen + periodische Anregung

Motor



Resonanz!

„Schwebung": Überlagerung von Schwingungen mit ähnlichen Frequenzen

„Schwache Kopplung": $D^* \ll D$

dann ist $\omega_2 / \omega_1 = \sqrt{\frac{D + 2D^*}{D}} = \sqrt{1 + \frac{2D^*}{D}} \approx 1 + \frac{D^*}{D}$

$$\omega_2 - \omega_1 \approx \omega_1 \cdot D^* \ll \omega_1$$

III Addition von Schwingungen

a) gleiche Frequenzen $\quad x_1 = A \cdot \sin(\omega t)\,, \quad x_2 = B \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

Frage: $x_1 + x_2$?

„komplex ist einfacher"

$$A e^{i\omega t} + B e^{i(\omega t + \varphi)} = A e^{i\omega t} + B e^{i\omega t} \cdot e^{i\varphi}$$

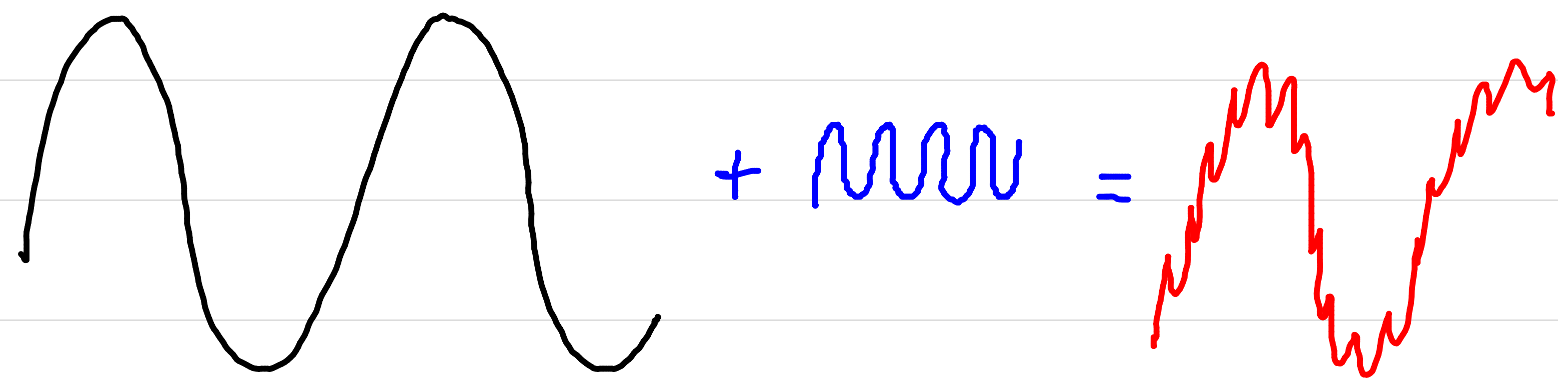
$$= \underbrace{(A + B e^{i\varphi})} \cdot e^{i\omega t}$$

neue Amplitude
mit Phase φ

$$= \underbrace{C} \cdot \underbrace{e^{i\omega t}}$$

ω bleibt

b) allgemeiner Fall:



harmon. Schwingung

1 Freq, lin. Rückstellkräfte

keine harmon. Schwingung

c) sehr ähnliche Frequenzen, $\omega_1 \approx \omega_2$, gleiche Amplituden

$\varphi = 0$ $\qquad$ $x_{01} = x_{02} = x_0$

$$x = x_1 + x_2 = x_0 \left(\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t\right)$$

↪ Add. theorem

$$= 2x_0 \cdot \cos\left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right] \cdot \sin\left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right]$$

$$x = 2x_0 \cdot \sin\left[\omega_m t\right] \cdot \cos\left[\frac{\Delta\omega}{2} t\right]$$

1 $\qquad$ 2 $\qquad$ 3

mit $\omega_m = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ mittlere Frequenz $\qquad \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$

1. Amplitude verdoppelt sich
2. Schwingung mit der mittl. Frequenz → „schnell"
3. * multipl. (moduliert) mit cos-Term mit Freq $\frac{\Delta\omega}{2}$ → „langsam"

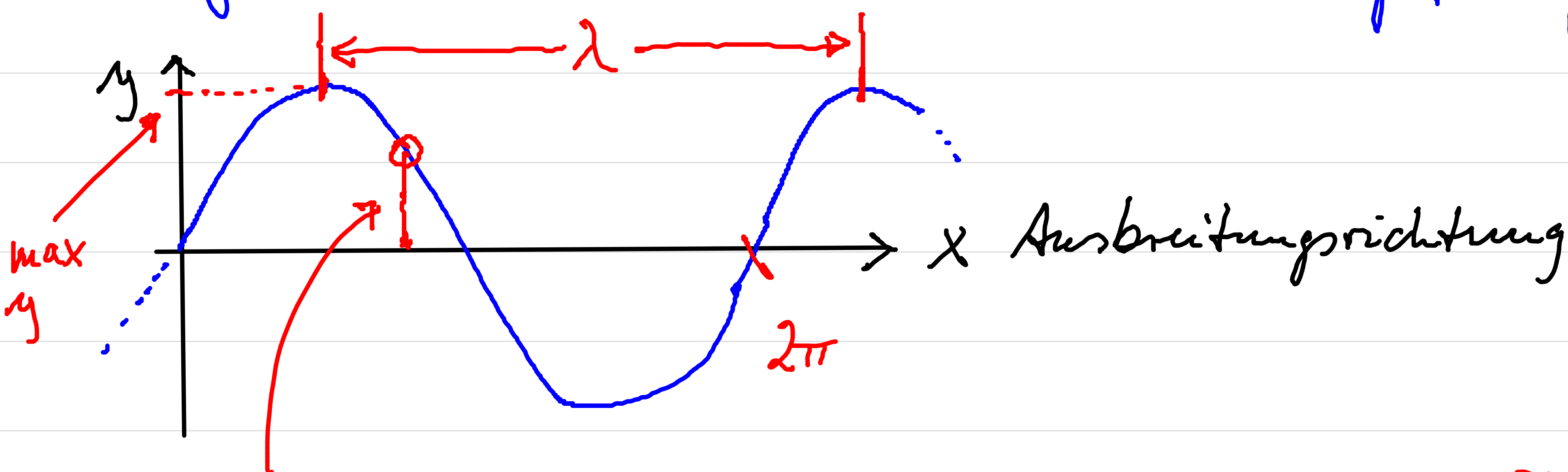
Amplitudenmodulation : Schwebung

Beschreibung von Wellenphänomenen

1 schwing. Massepunkt : $x(t)$ $\longrightarrow$ 3-dim. + zeitl. variable Schwingungszustände $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$

4 Größen f. jeden Punkt

Augenblicksbild:



$y(x,t)$ Auslenkung, Elongation

Phase $\varphi = \omega t$

Frequenz f ; Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$

λ Wellenlänge

Amplitude y_0 : max. Auslenkung

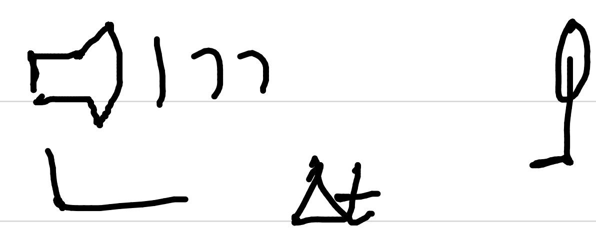
λ = Entfernung von 2 schwingenden Teilchen, die sich aufeinander folgend im gleichen Schwingungszustand befinden
u. Größe und Richtung

$$\varphi_2 = \varphi_1 + n \cdot 2\pi$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit $c = f \cdot \lambda$ Geschwind. des Energietransports

Longitudinale $\longleftrightarrow$ transversale Wellen

$$c_{Schall} = \frac{3.4\ \text{m}}{1000\ [10\ \mu s]} = 340\ \text{m/s}$$



wegen Oszillatorfreq = 100 kHz