

## 4.2. Relativistische Kinematik

### 4.2.1 Spezielles Relativitätsprinzip

- ① Alle Inertialsysteme sind gleichwertig, d.h. alle Naturgesetze haben dieselbe Gültigkeit
- ② In jedem I.-system wird die Vakuumlichtgeschw. mit demselben Wert gemessen:  $c$ ,  $c < \infty$

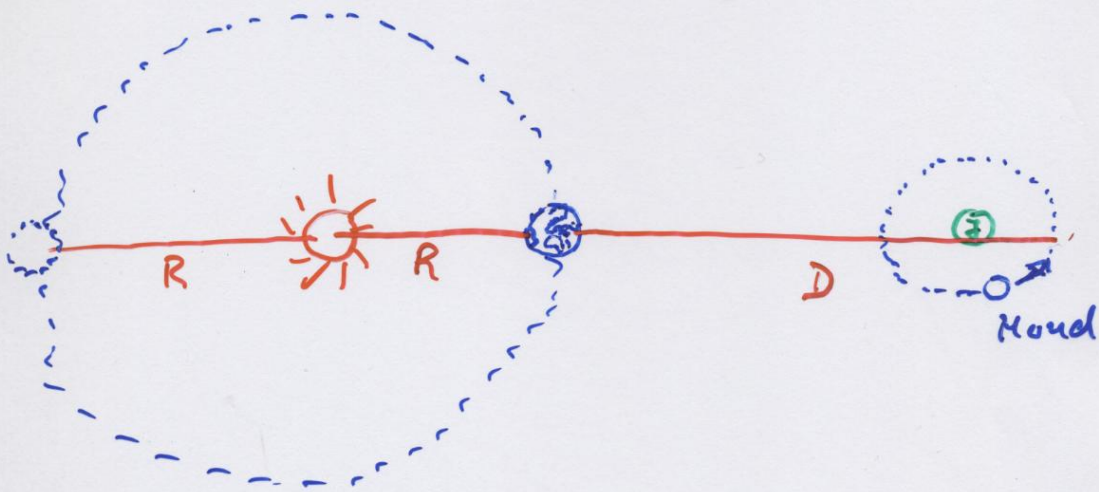
Konsequenz: Es gibt keine Äther  
es gibt keine absolute Zeit!

$$\begin{array}{lcl}
 S: & \frac{\Delta x}{\Delta t} & = c \\
 S': & \frac{\Delta x'}{\Delta t'} & = c
 \end{array}
 \quad \downarrow$$

#### 4.2.2 Bestimmung von $c$

##### 1. Erste Abschätzung (Olaf Römer 1675):

Zeitpunkt der Abdeckung eines Jupitermondes:

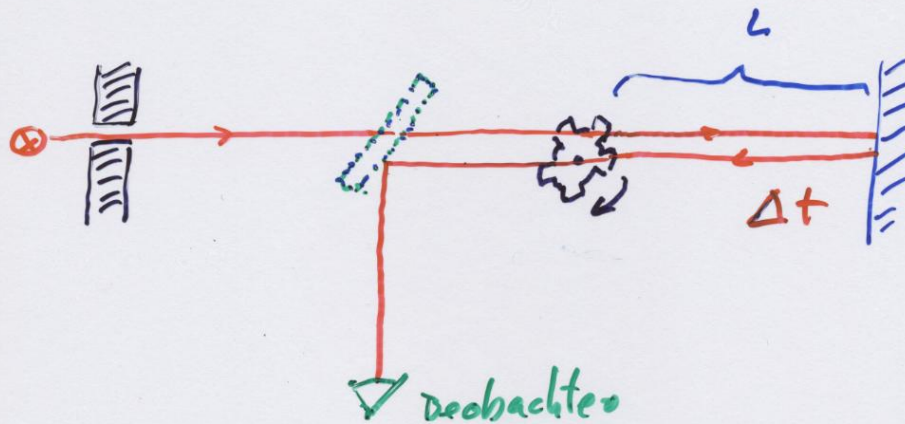


Zeitpunkt der Bedeckung  $15\text{m} = \Delta t$   
später, wenn Erde am fernsten Ort  
der Umlaufbahn ist ( $\frac{1}{2}$  Jahr später)

$$\begin{aligned} c &= \frac{D + 2R - D}{\Delta t} = \frac{2R}{\Delta t} \\ &= \frac{3 \cdot 10^8 \text{ km}}{10^3 \text{ s}} = 300.000 \frac{\text{km}}{\text{s}} \end{aligned}$$

(Römer:  $c = 200000 \text{ km/s}$   $< \infty$ )

## 2. Genaue Bestimmung von $c$ (Fizeau 1849)

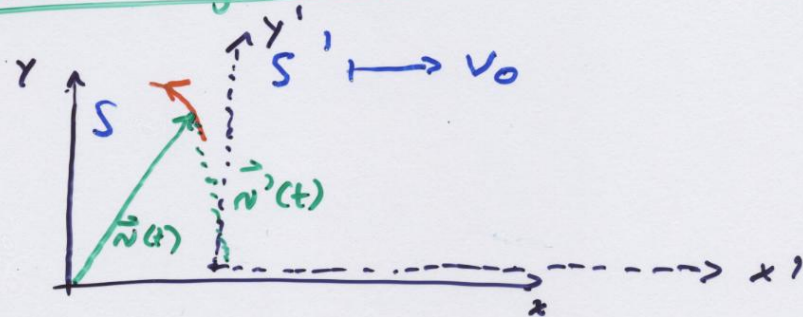


Wenn  $\Delta t = \frac{2L}{c}$ , wird Strahl  
abgelenkt.

3. Heute :  $c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

### 4.2.3. Lorentztransformation

#### Galilei - Transformation



$$x' = x - v_0 t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

$$\frac{dx'}{dt'} = v'(t') = \frac{dx}{dt} - v_0 = v(t) - v_0$$

#### Lorentz - Transformation

$$x' = (x - v_0 t) \cdot \gamma$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \left(t - \frac{v_0 x}{c^2}\right) \cdot \gamma$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}$$

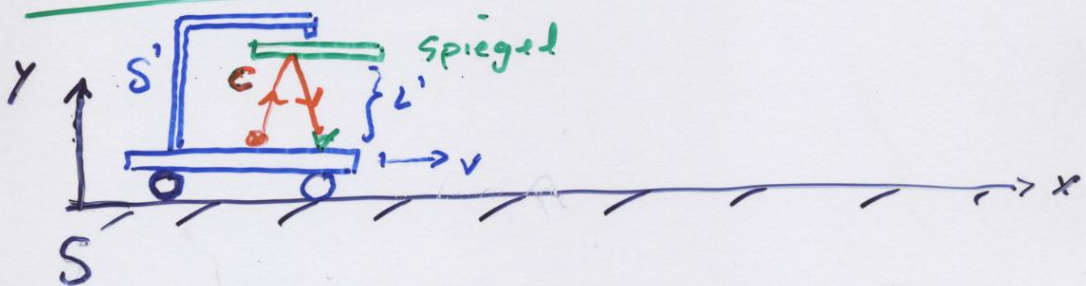
Allgemeine Bewegung:

$$\vec{r}' = \vec{r} + \vec{v}_0 \left( \frac{\vec{v}_0 \cdot \vec{r}}{v^2} (\gamma - 1) - \gamma \cdot t \right)$$

$$t' = \left( t - \frac{\vec{v}_0 \cdot \vec{r}}{c^2} \right) \cdot \gamma$$

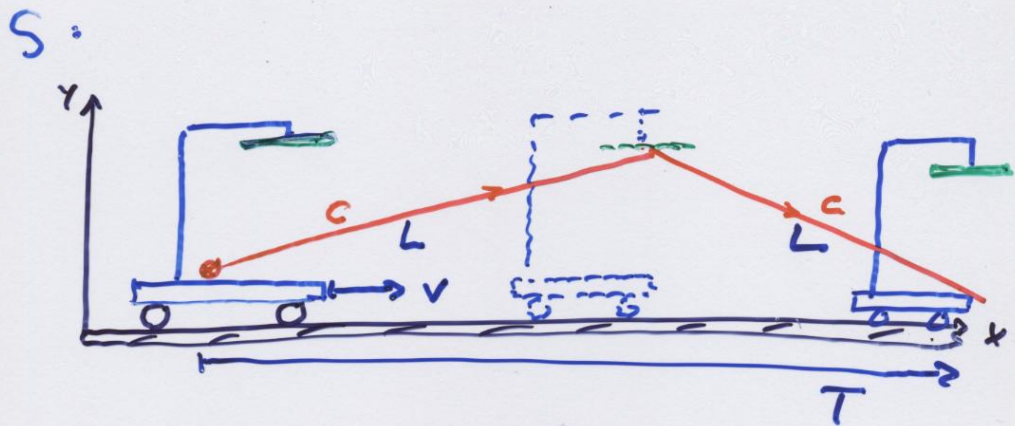
#### 4.2.4 Relativistische Effekte

##### 1. Zeitdilatation



$S'$ : Lichtquelle sendet Licht aus,  
Photozelle misst Laufzeit:

$$T' = \frac{2L'}{c}$$



$$L = \sqrt{L'^2 + \left(v \cdot \frac{T}{2}\right)^2} = \frac{T \cdot c}{2}$$

$$\Rightarrow T^2 \cdot \frac{c^2}{4} = L'^2 + \frac{v^2 T^2}{4}$$

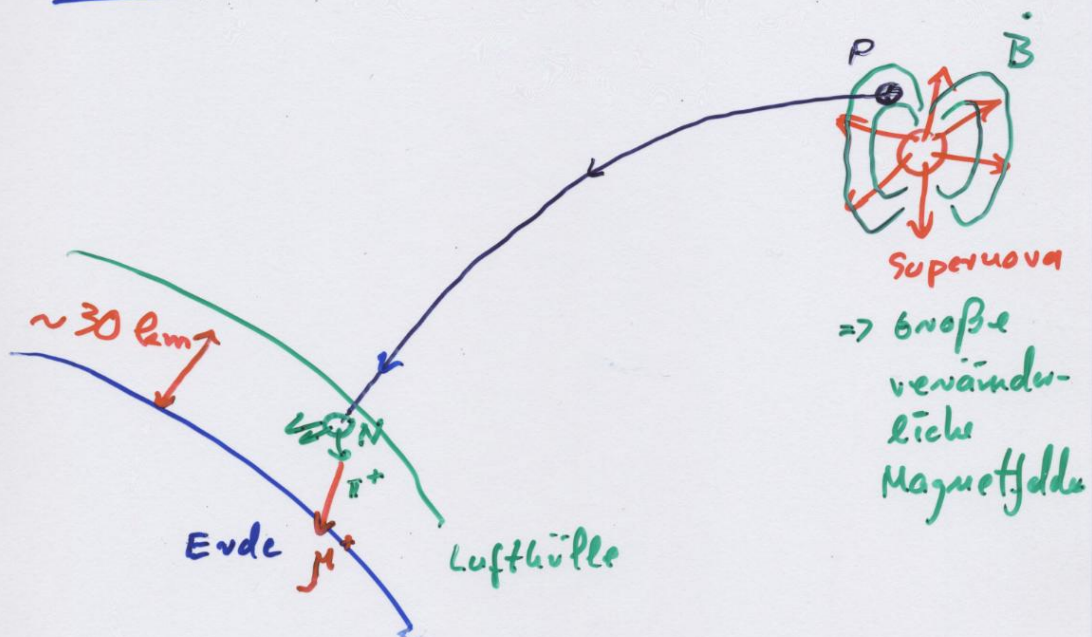
$$\Rightarrow T = \frac{2L'}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2L'}{c} \cdot \gamma$$

vgl mit  $T' = \frac{2L'}{c}$

$$\Rightarrow \underline{T = \gamma \cdot T'}$$

# "Anwendung"

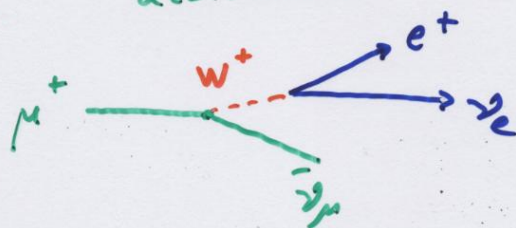
## Kosmische Höhenstrahlung



Höhenstrahlreaktionen erzeugen Myonen ( $\mu^+, \mu^-$ )  
in ca. 30 km Höhe

$$\text{Myon: } \tau = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Lebensdauer



Laufstrecke der Myonen  $L' = v_\mu \cdot \tau_\mu$

$$= c \cdot 2,2 \mu\text{s}$$

$$= 660 \text{ m}$$

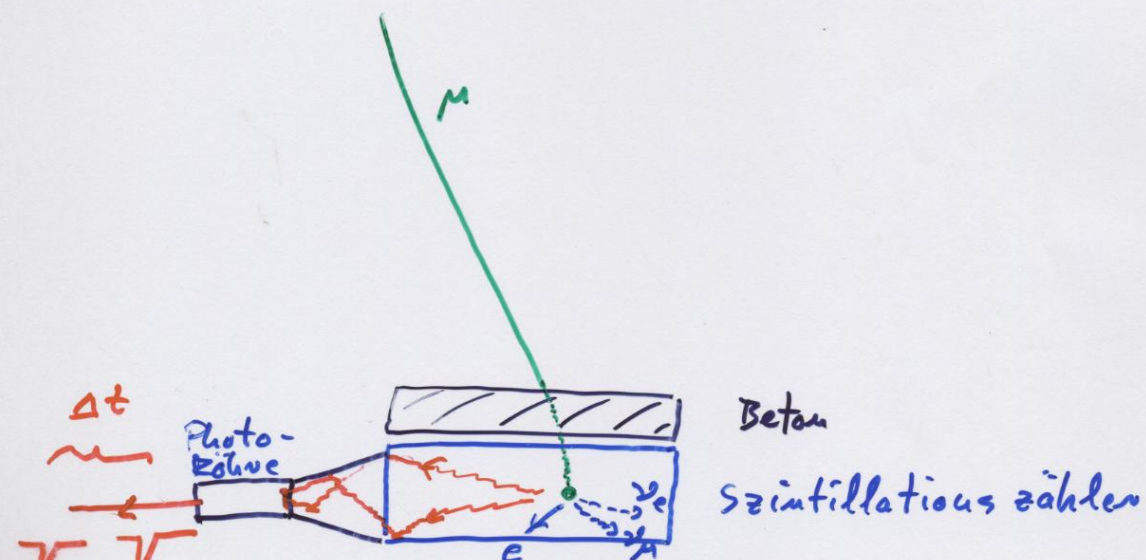
Von der Erde aus gesehen:

$$L = v_{\mu} \cdot \gamma \cdot \tau_{\mu}$$

$$\text{für } \gamma = 50 : v_{\mu} = 0,9998 \cdot c$$

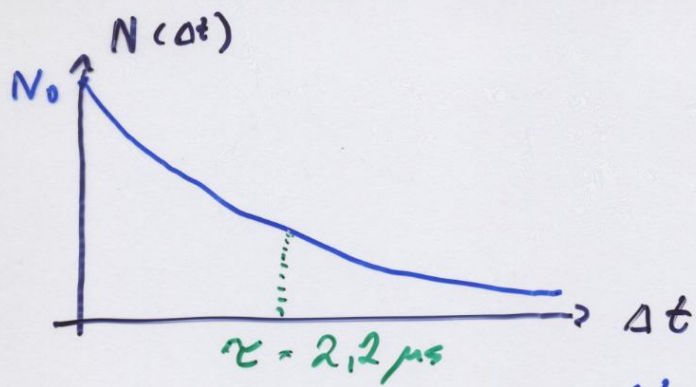
$$\underline{L = 33 \text{ km}}$$

Einschub: Bestimmung der Lebensdauer  
von Myonen



a. Eintritt des Myons : Lichtblitz 1

b. Zerfall des Myons : Elektron od. Positron  
macht Lichtblitz 2



$$N(\Delta t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$$