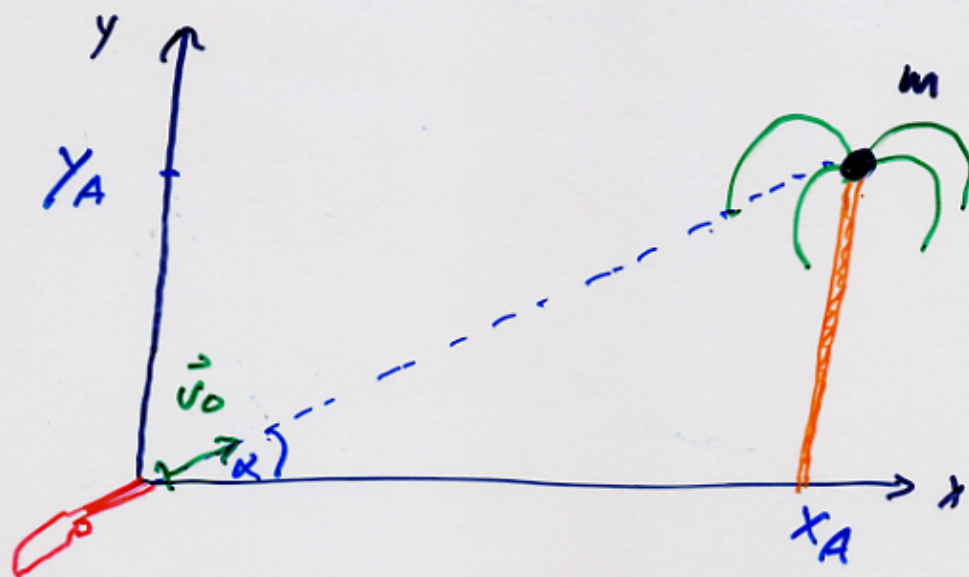


Beispiel

Affe vom Baum



$$\vec{r}_A(t) = \vec{v}_A - \frac{g}{2} t^2 \vec{e}_y$$

Bahn des
Affens

$$\vec{v}_k(t) = \vec{v}_0 \cdot t - \frac{g}{2} t^2 \vec{e}_y$$

Trifft Kugel Affe?

$$\vec{v}_k(t_1) = \vec{v}_A(t_1) \stackrel{!}{=}$$

$$\begin{pmatrix} v_{0x} \cdot t_1 \\ v_{0y} \cdot t_1 - \frac{g}{2} t_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A - \frac{g}{2} t_1^2 \end{pmatrix}$$

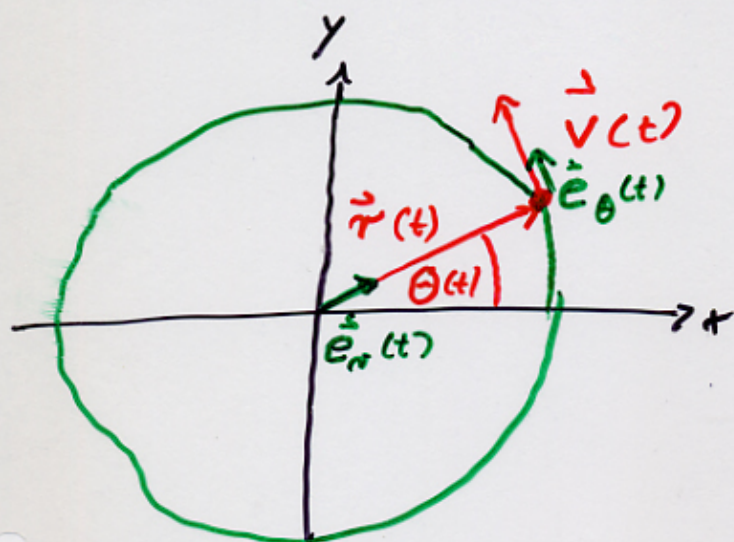
$$x_A = v_{0x} \cdot t_1$$

$$y_A = v_{0y} \cdot t_1$$

$$\left. \begin{array}{l} x_A = v_{0x} \cdot t_1 \\ y_A = v_{0y} \cdot t_1 \end{array} \right\} \frac{y_A}{x_A} = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \tan \alpha$$

Dann trifft Kugel

2.1.3 Sonderfall Kreisbewegung (2d)



a) Allgemeine Bewegung: $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = r(t) \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta(t) \\ \sin \theta(t) \end{pmatrix}$

b) Kreisbewegung: $|\vec{r}(t)| = r(t) = \underline{\underline{r = \text{const.}}}$
(> 0)

$$\vec{r}(t) = r \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta(t) \\ \sin \theta(t) \end{pmatrix} = r \cdot \vec{e}_r(t)$$

$$\vec{v}(t) = r \begin{pmatrix} -\sin \theta(t) \\ \cos \theta(t) \end{pmatrix} \frac{d\theta}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} \begin{pmatrix} \cos(\theta + \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix}$$

$$= r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta(t)$$

$$\vec{e}_\theta(t) \perp \vec{e}_r(t)$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$= r \frac{d^2\theta}{dt^2} \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} + r \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \begin{pmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{pmatrix}$$

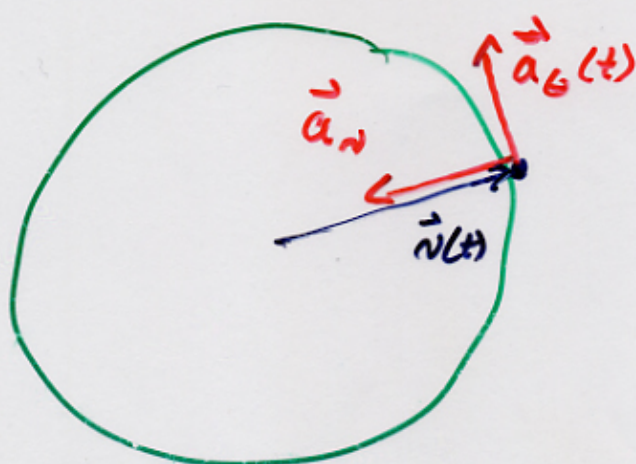
$$= r \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{e}_\theta(t) - r \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \vec{e}_r(t)$$

$$\underbrace{\quad}_{\vec{a}_\theta(t)}$$

$$\underbrace{\quad}_{\vec{a}_r(t)}$$

Tangential beschl.

Zentripetal-
beschl.



c) Konstante Kreisbewegung

$$|\vec{v}(t)| = v = \text{const}$$

$$= r \frac{d\theta}{dt} |\vec{e}_\theta| = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{r} \quad \text{Winkelgeschwindigkeit} \\ [\text{rad/s}]$$

$$\theta(t) = \frac{v}{r} \cdot t + \theta_0$$

Mit T Umlaufzeit

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega \cdot r$$

$\uparrow$
Kreisfrequenz

Damit $\theta(t) = \omega t + \theta_0$

$$\vec{r}(t) = r \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \theta_0) \\ \sin(\omega t + \theta_0) \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = r \omega \begin{pmatrix} -\sin(\omega t + \theta_0) \\ \cos(\omega t + \theta_0) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = r \omega^2 \begin{pmatrix} -\cos(\omega t + \theta_0) \\ -\sin(\omega t + \theta_0) \end{pmatrix} = -\omega^2 \vec{r}(t)$$

Zentripetal-
beschleunigung

$$|\vec{r}(t)| = r$$

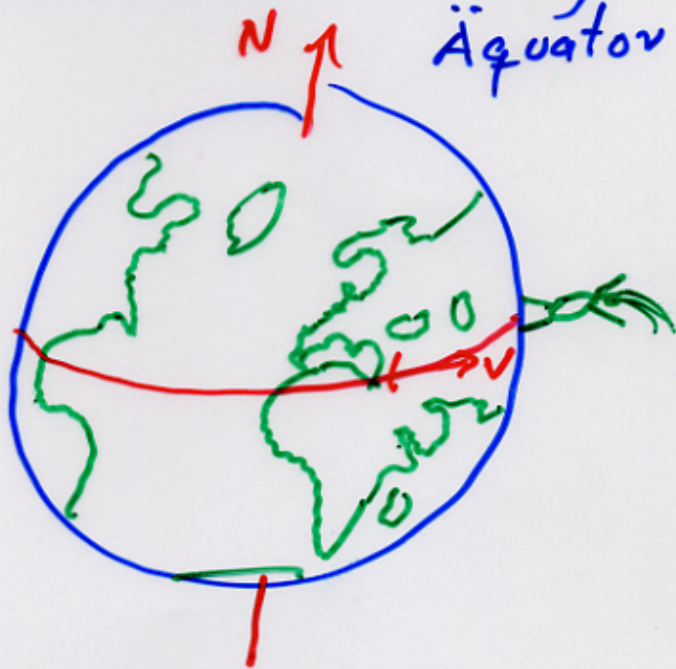
$$|\vec{v}(t)| = v = r \cdot \omega = r^2 \cdot \frac{2\pi}{T}$$

$$|\vec{a}(t)| = a_r = r \cdot \omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

↑
zentripetalbesch. (a_z)

Beispiele

a) Geschwindigkeit Erdumkehrung am Äquator



$$r = 6380 \text{ km}$$

$$T = 1 \text{ Tag (1 d)}$$

$$v = r \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{6,38 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 2\pi}{24 \text{ h}}$$

$$= 1670.000 \frac{\text{m}}{\text{h}}$$

$$= 464 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} = 0,034 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\approx 0,0035 g$$

$\Rightarrow$ Sie wiegen am Äquator
3,5 % weniger

b) Der kürzeste Tag

Dann, wenn $a_r > g$

Für $a_r = g$: $r \omega^2 = r \frac{4\pi^2}{T^2} \stackrel{!}{=} g$

$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}} = 1,4 \text{ h}$$

$\hat{=}$ Umlaufzeit eines Satelliten im
niedrigen Orbit

2.2. Mechanik von Massepunkten

Die Newtonschen Gesetze

$$N1: \sum \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$$

Trägheitsgesetz

$$N2: \vec{F} = \frac{d}{dt} m \vec{v} = m \cdot \vec{a}$$

Newtonsche Bewegungsgleichung
($\vec{a} = \vec{F}/m$)

$$[\vec{F}] = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N}$$

$$\hat{=} 1 \text{ slug} = \frac{1 \text{ lb}}{1 \text{ ft/s}^2} \hat{=} 14,6 \text{ kg}$$

$$\hat{=} 1 \text{ kp} = 9,81 \text{ N}$$

$$N3: \vec{F}_{12} = - \vec{F}_{21}$$

„Actio = Reactio“

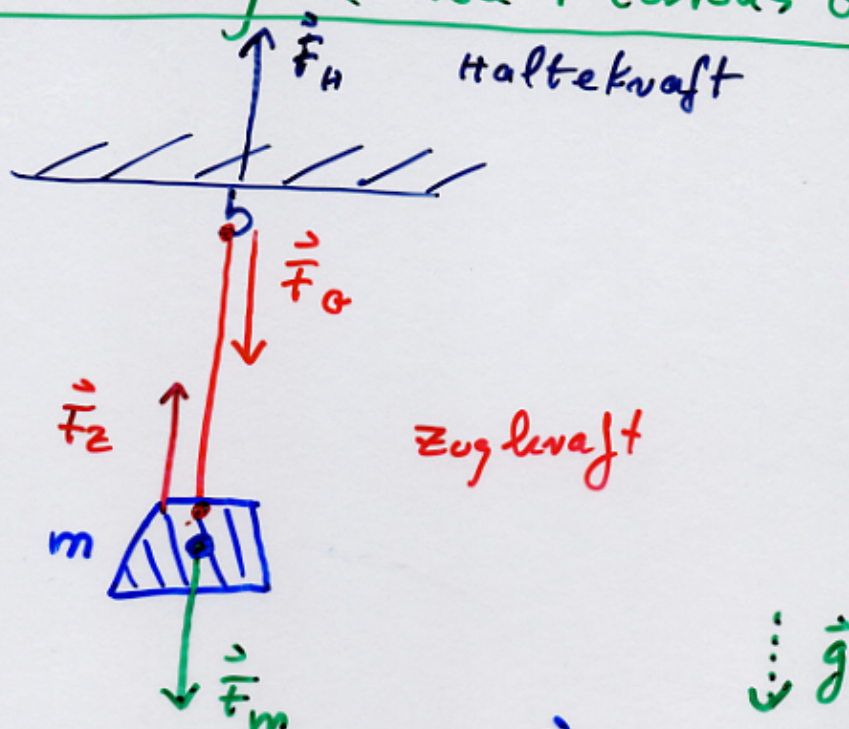
Einheiten: $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $1 \text{ dyn} = 1 \text{ g} \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$

$$1 \text{ kp} = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,81 \text{ N} \quad \text{Gewicht von 1 kg}$$

$$1 \text{ lb} = 1 \text{ slug} \cdot 1 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2} \hat{=} 4,45 \text{ N}$$

2.2.1 Anwendungen von Newtons Ges.

a)



Keine Beschleunigung: $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$

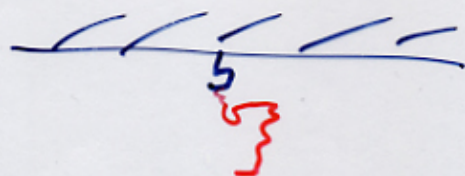
$$\Rightarrow \vec{F}_H = -\vec{F}_G$$

$$\vec{F}_G = -\vec{F}_Z$$

$$\vec{F}_Z = -\vec{F}_m = -m \cdot \vec{g}$$

Zugspannung: $F_Z = m \cdot g$

b)



$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_i &= \vec{F}_m \\ &= m \cdot \vec{g} \end{aligned}$$

N2: $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$

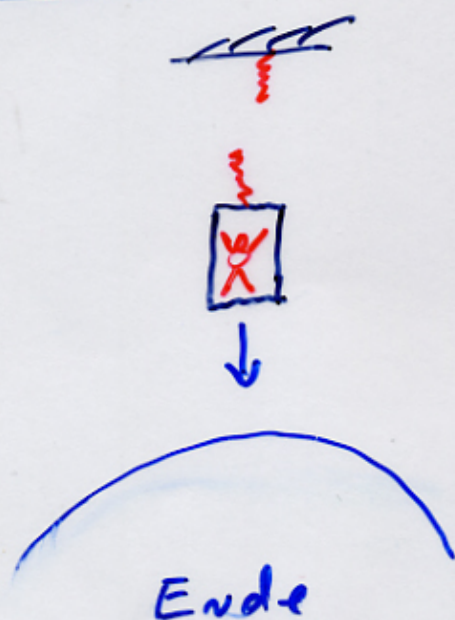
zu 2.2.1 b)

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_m}{m_T} = \frac{m_G \cdot \vec{g}}{m_T} = \vec{g}$$

Träge Masse Gravitative Masse

$[\vec{a} = \vec{g}]$ unabhängig von Masse,
Art des Objektes, da
 $m_G = m_T$
Äquivalenzprinzip

Illustration



$\hat{=}$

