

Klassische Physik 1

WS 2014/15

Johannes Bümer

V03 28. Oktober

Vertretung für die nächsten 3 Termine

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



1. Einführung

- 1.1. Was ist Physik?
- 1.2. Physikalische Größen und Einheiten
- 1.3. Messungen, Datenauswertung, Fehler

2. Klassische Mechanik

- 2.1. Kinematik der Massenpunkte
- 2.2. Dynamik der Massenpunkte
- 2.3. Systeme von Massenpunkten
- 2.4. Rotation

3. Gravitation

- 3.1. Gravitationsgesetz
- 3.2. Feld und Potential

3.3. Planetenbahnen: Kepler

3.4. Massenverteilungen

3.5. Dunkle Materie

4. Relativistische Mechanik

4.1. Bezugssysteme und Transformationen

4.2. Spezielle Relativitätstheorie

4.3. Relativistische Kinematik

5. Feste Körper und Flüssigkeiten

5.1. Feste Körper

5.2. Hydrostatik und Hydrodynamik

6. Schwingungen und Wellen

6.1. Schwingungen

6.2. Wellen

Zusammenfassung 2

- Alle physikalischen Größen lassen sich durch Länge, Zeit, Masse ausdrücken
- Das SI-System beruht auf der operationellen Definition von 7 Basisgrößen: Länge, Zeit, Masse, Stromstärke, Temperatur, Stoffmenge und Lichtstärke
- Dimensionüberlegungen erlauben es, funktionale Zusammenhänge intelligent zu raten

1.3 Messungen

- Fehler ./.. Unsicherheiten
- Systematische Fehler
- Zufällige/Statistische Fehler
- Zentraler Grenzwertsatz
- Fehlerfortpflanzung
- Rechengenauigkeit
- Datenauswertung (Anriss)

Fehler ./ Unsicherheiten



nicht gemeint:

"falsch gemacht" } wenn
techn. Defekte } bekannt
Fälschung : }

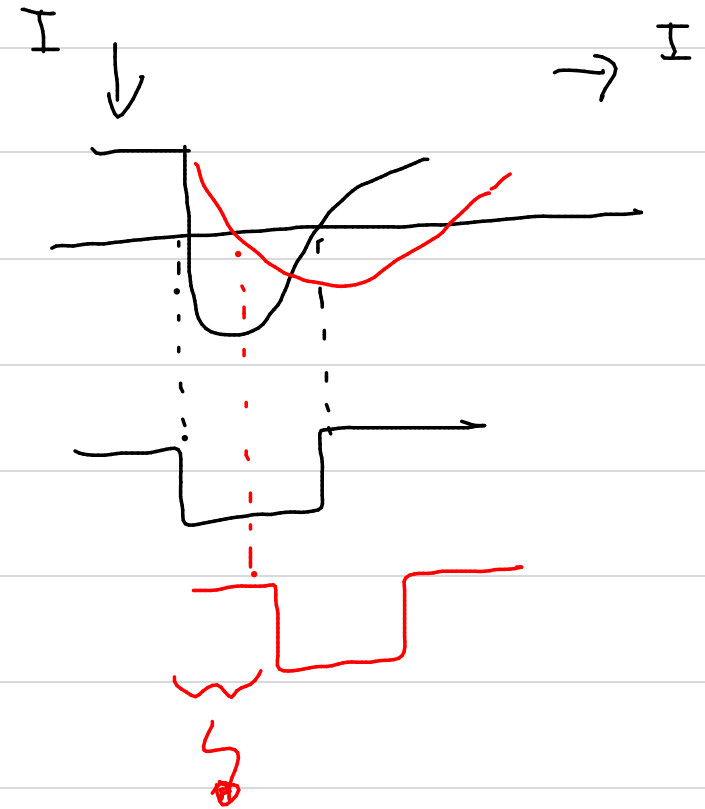
Systematische Verzerrung

Von Messungen / Rechnungen

~ unbekannte Effekte

[Pendelamlenkung zu groß, Vakuum zu schlecht ...
Gewichtsmessung: Auftrieb "vergessen"]

können alle in die "gleiche Richtung" gehen,
oder sich (partiell) aufheben.



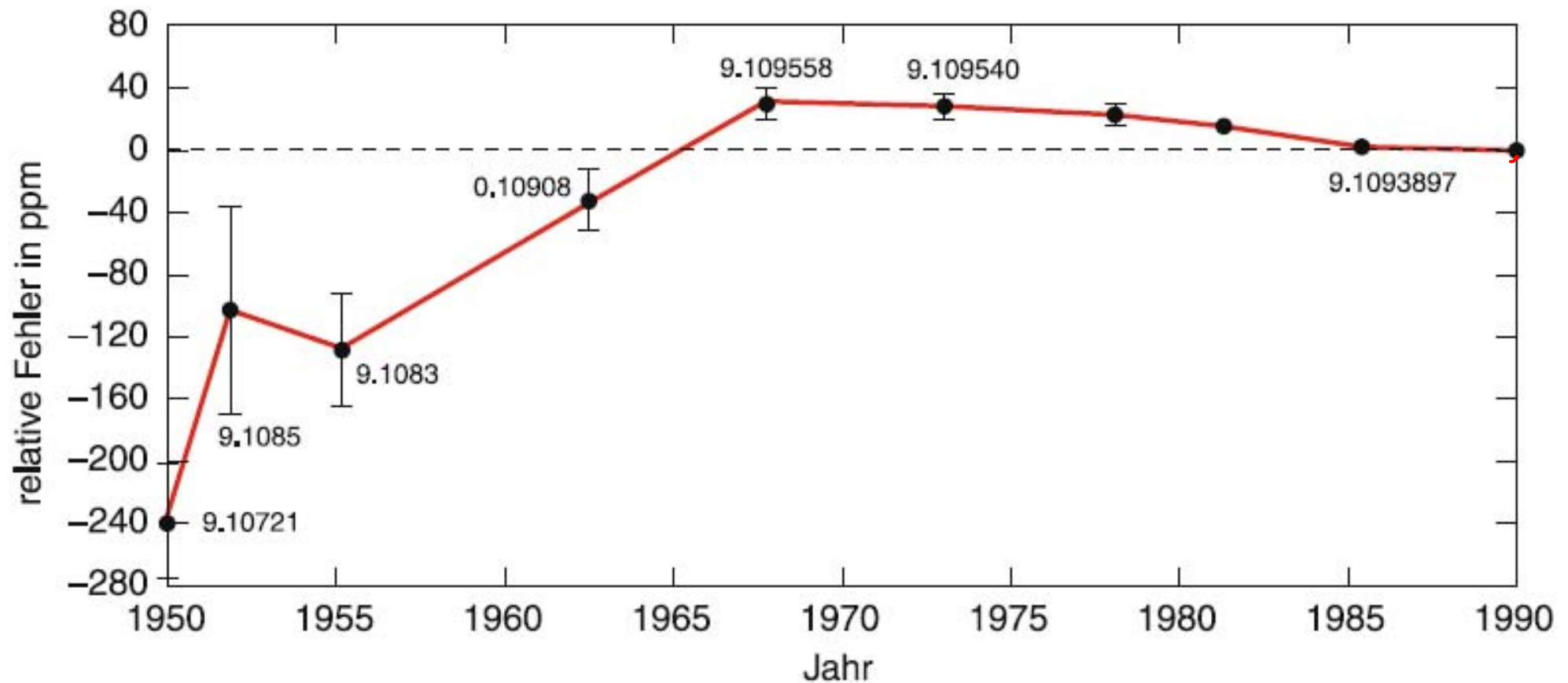


Abb. 1.32. Historische Messwerte für die Elektronenmasse in Einheiten von 10^{-31} kg. Dargestellt sind die relativen Abweichungen $\Delta m/m$ vom heutigen Bestwert in Einheiten von 10^{-6} (*parts per million, ppm*)

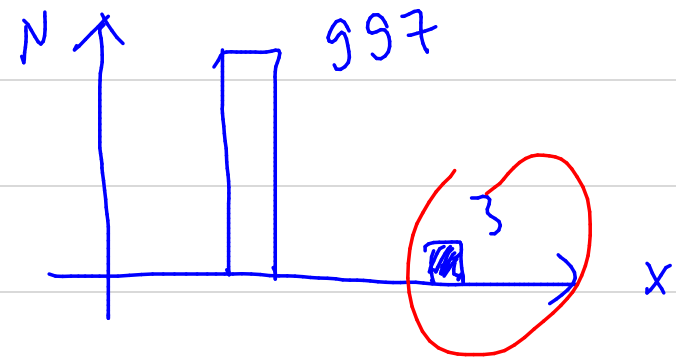
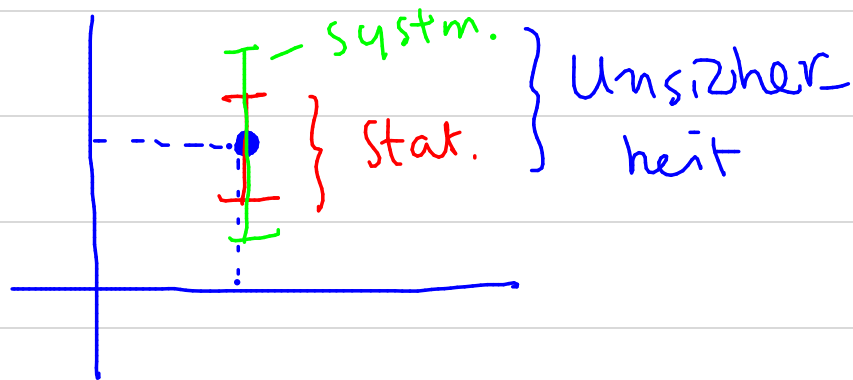
Zufällige Fehler / Unsicherheiten

↳ Situation "Messung" unter identischen Bedingungen wiederholen!

Fehler der Einzelmessung $\leftrightarrow$ Fehler auf Mittelwert

↳ Stat. Unsicherheit

"Ausreißer"



Messwert $\pm$ statistische Fehler $\pm$ syst. Fehler

Particle Data Book

[RPP = Review of Particle Properties]

"History Plots"
 $\Rightarrow$

Histogramm

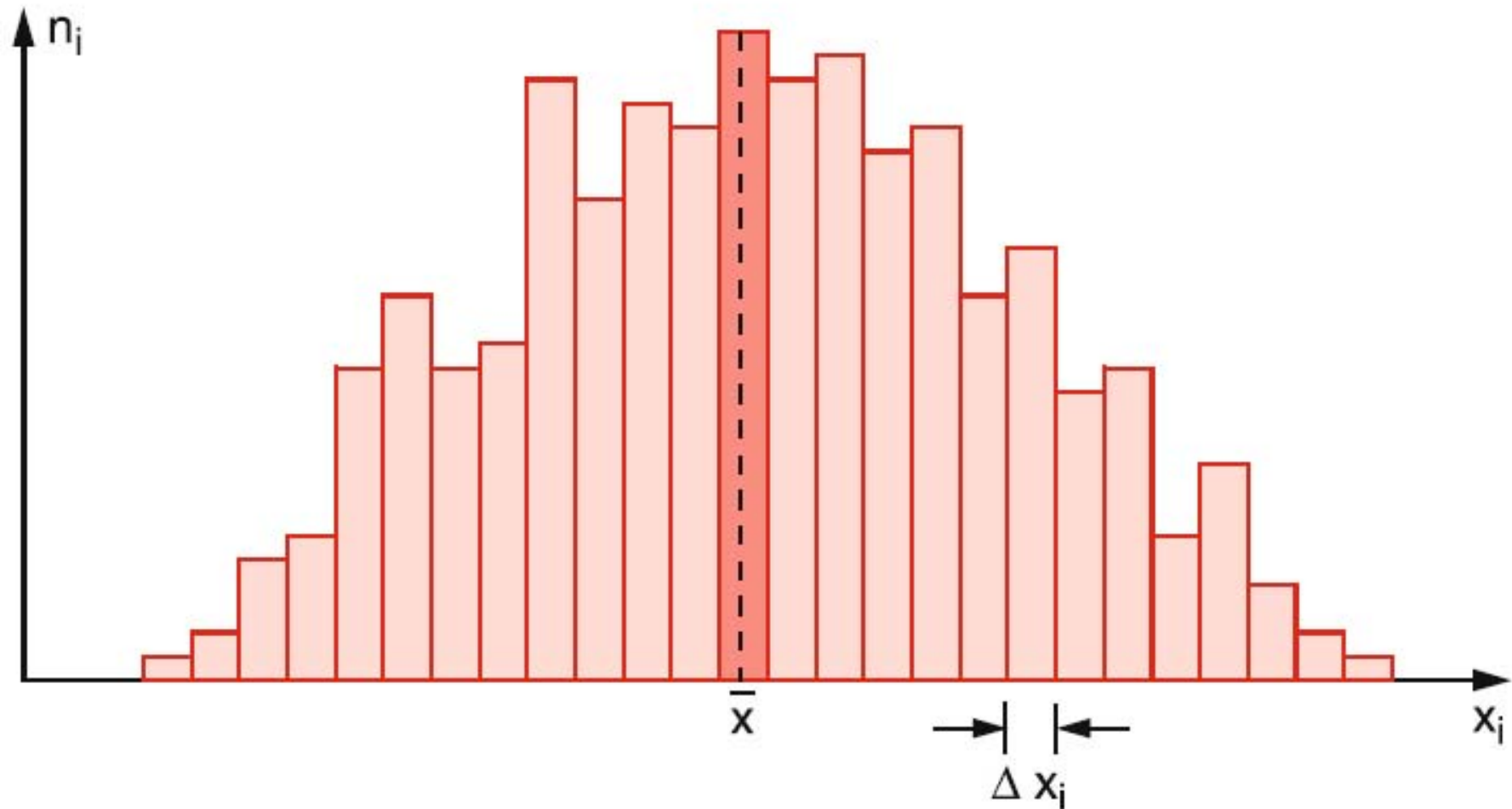
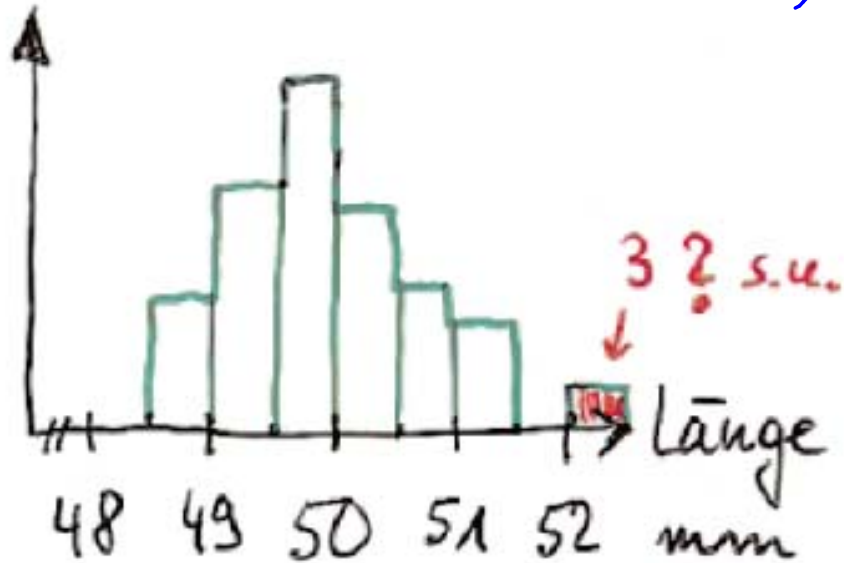


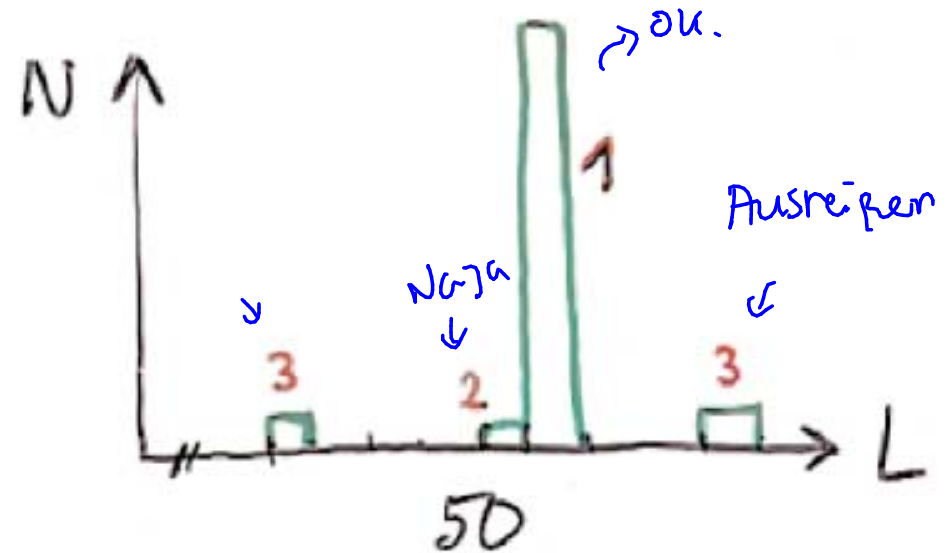
Abb. 1.33. Typisches Histogramm einer Verteilung von Messwerten x_i um den Mittelwert $\langle x \rangle$ bei statistischer Fehlerverteilung

Streichhölzer-Länge

Anzahl



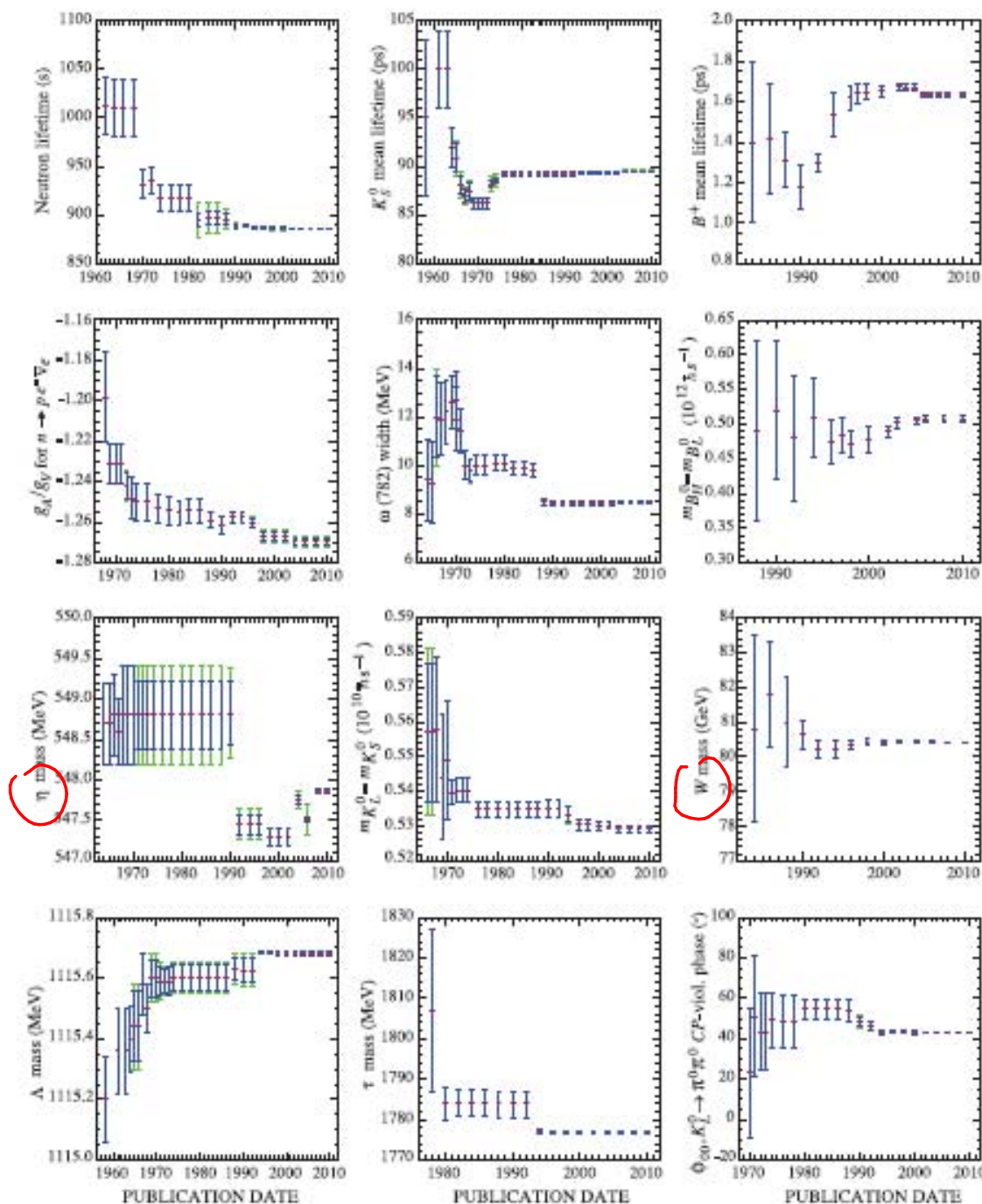
alle Streichhölzer,
je 1x gemessen



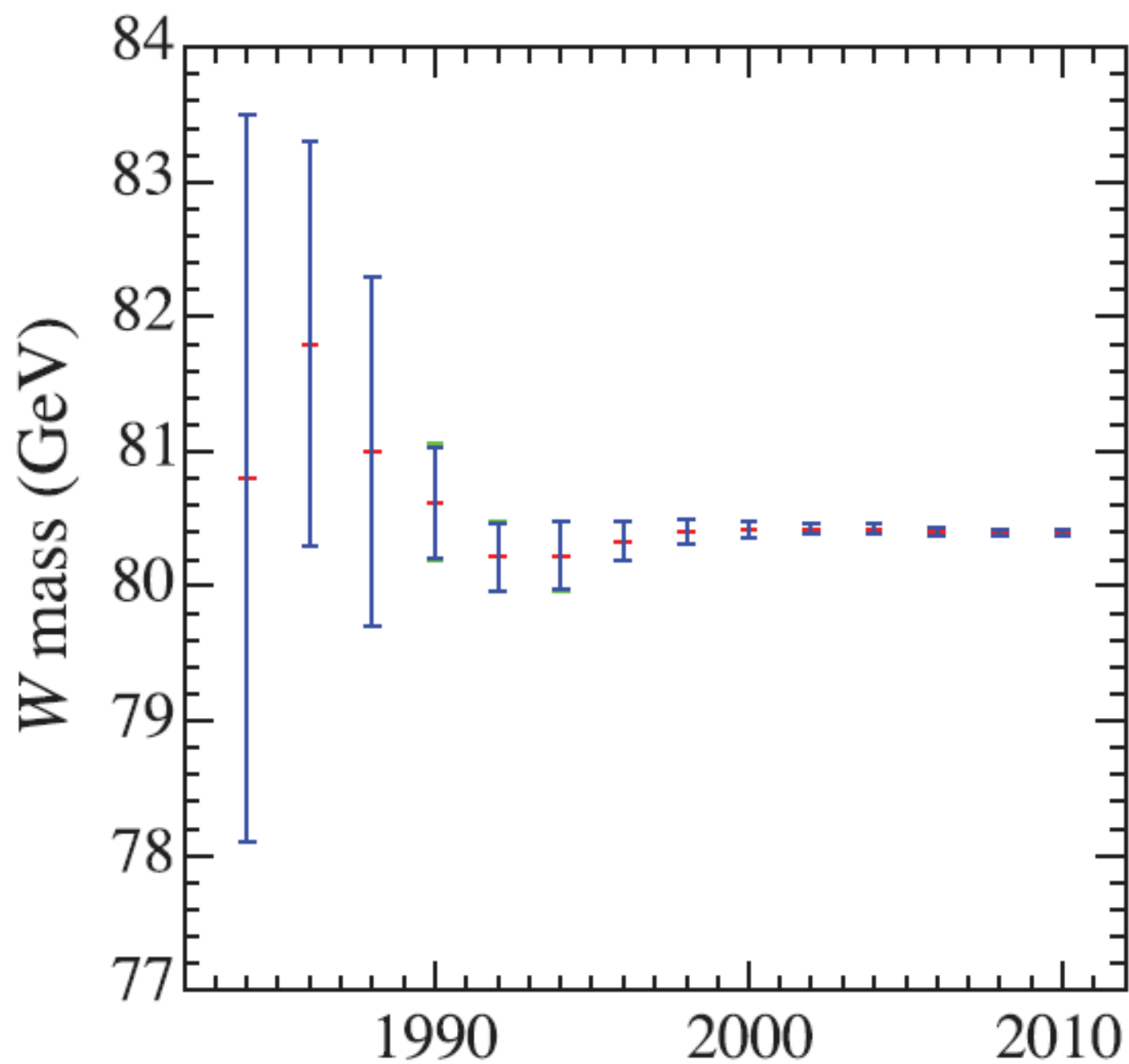
1 Streichholz
1000x gemessen

RPP History Plots

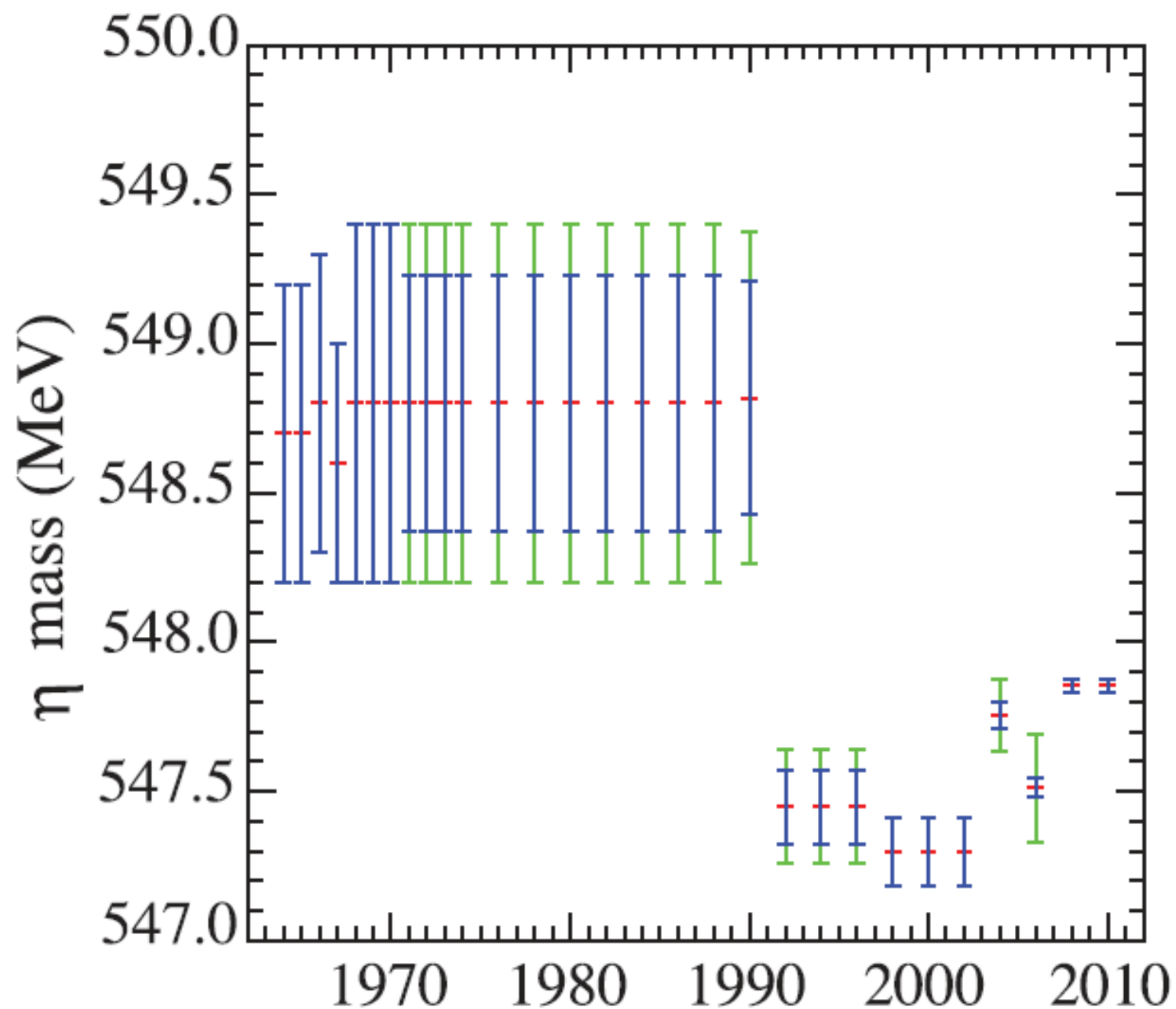
- “...but it is important to be aware that fluctuations outside of the quoted errors can and do occur.”



RPP History Plots



RPP History Plots



Mittelwert und Standardabweichung

└ n -malige Wiederholung einer Messung mit
den Messwerten $x_1, x_2 \dots x_n$, Stichprobe vom Umfang n

$$\langle x \rangle = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

Mittelwert, arithmetisches Mittel von x_i

$\langle x \rangle$ ist für endliche n eine Schätzung für den
Erwartungswert E_x der zugrunde liegenden
Grundgesamtheit

(aus der die Stichprobe entnommen wird)

x_i sind Zufallsgrößen, $\bar{x}$ ebenso

Standardabweichung der Einzelmessung: $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

{
aus der
Messung
selber

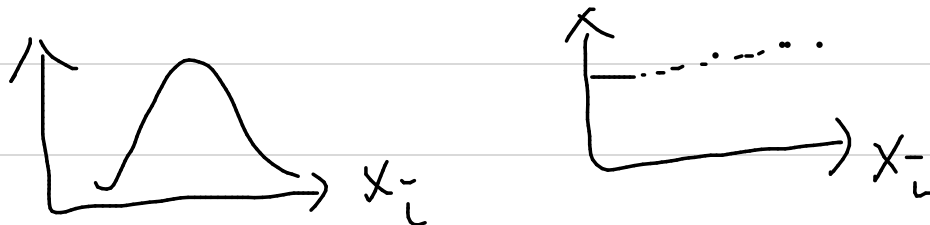
$\sigma(\bar{x})$ std. abw. des Mittelwerts = $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$

Fehler -||-

$$= \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Der Fehler des Mittelwerts
sinkt mit $\frac{1}{\sqrt{n}}$!

Wie verteilen sich die x_i ?



Zentraler Grenzwertsatz

„ Die Verteilung der Summe einer großen Zahl von Zufallszahlen konvergiert fast immer gegen eine Normalverteilung „

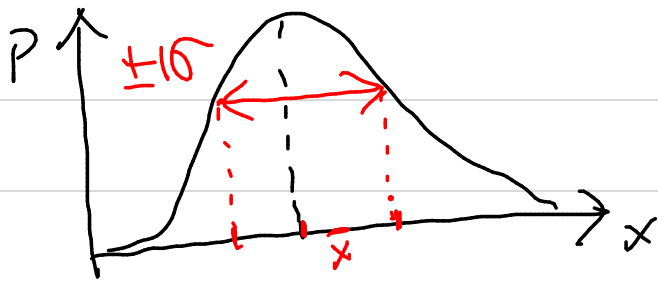


$$P(X; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Wahrscheinlichkeit
des Auftretens

einer Zz, wenn der Erwartungswert μ ist
und die std. abw. = σ

„ Gausskurve „



Breite

Lage

in $\pm 1\sigma$: 68% aller wert
 $\pm 2\sigma$: 95%
 $\pm 3\sigma$: 99,7%

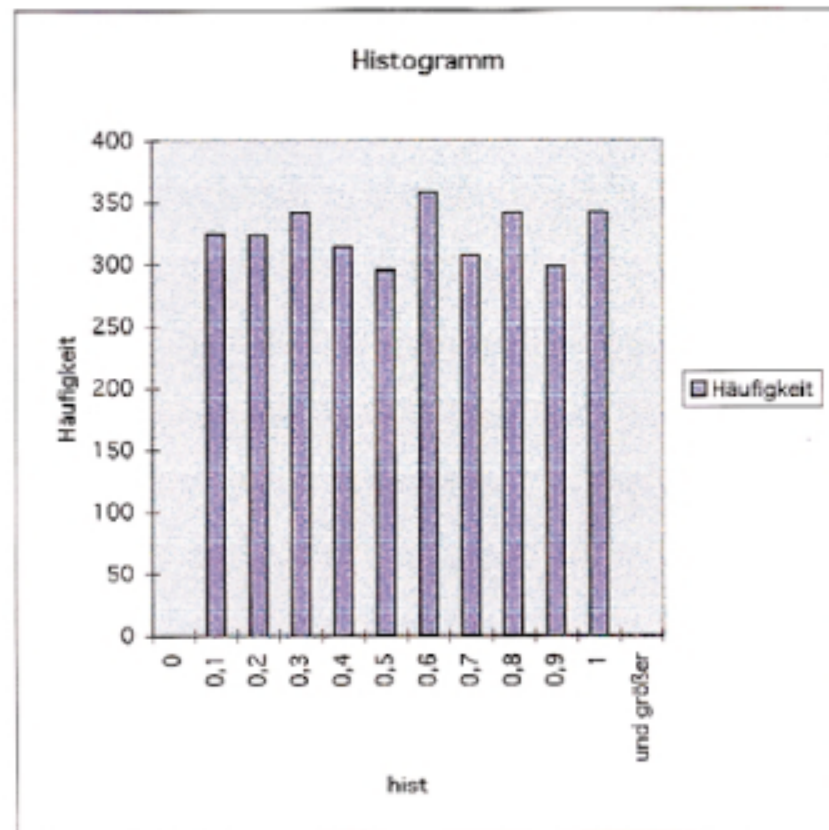
Zufallszahlen

Anzahl 3245
Mittelwert 0,50706996
Stdabw 0,29153084
Varianz 0,08499023

3245 "Zufallszahlen"
jeweils von 0 ... 1

zz1	hist
0,31810265	0
0,29743415	0,1
0,31209759	0,2
0,32178528	0,3
0,46453197	0,4
0,37984147	0,5
0,63438383	0,6
0,49492606	0,7
0,88012492	0,8
0,91817013	0,9
0,56017629	1
0,70265296	
0,96607579	
0,04170438	
0,79000776	
0,87752672	
0,40125328	
0,91982117	
0,77500809	
0,56577128	
0,65111262	
0,78840443	
0,13123548	
0,07493709	
0,16852008	
0,24707363	
0,72142043	
0,28133258	
0,17864421	
0,67607979	
0,99095116	
0,34267799	
0,65184149	
0,94664921	
0,25324651	
0,3453101	
0,50181955	
0,58113868	

hist	Häufigkeit
0	0
0,1	324
0,2	323
0,3	342
0,4	314
0,5	295
0,6	358
0,7	307
0,8	342
0,9	298
1	342
und größer	0



Summe aus 3 ZZ

Anzahl 3191
Mittelwert 1,50022175
Stdabw 0,49833276
Varianz 0,24833554

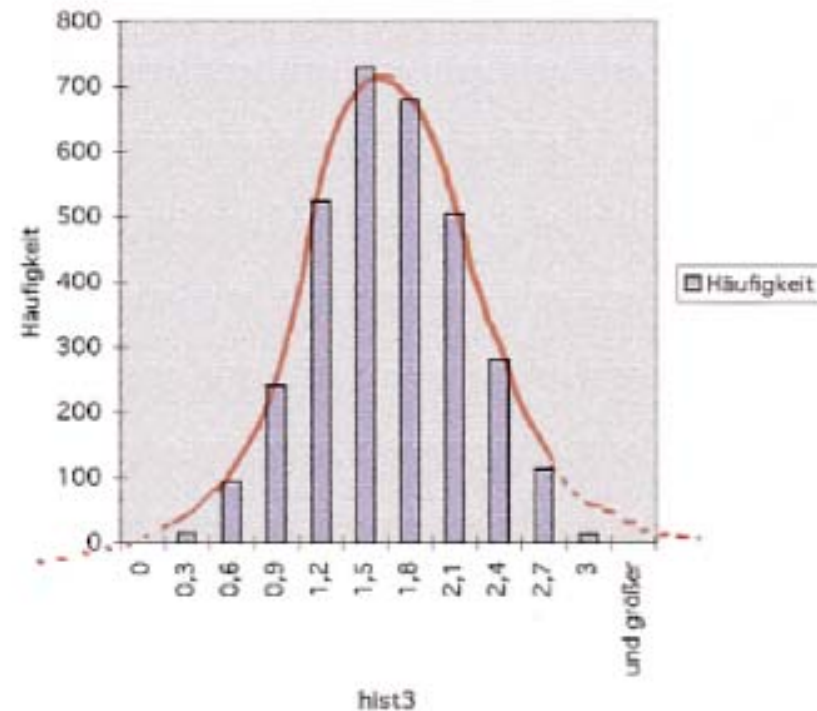
jeweils die Summe
von drei Zufallszahlen

zz3	hist3
2,54104446	0
1,19635492	0,3
1,27554462	0,6
1,97825226	0,9
0,97877081	1,2
2,17039887	1,5
1,4834448	1,8
0,63375581	2,1
1,34456604	2,4
2,19123385	2,7
2,17220671	3
2,10558008	
1,52620562	
0,95740487	
1,14014467	
1,76799927	
1,62235576	
2,33978925	
1,51900349	
1,64480639	
0,95592566	
1,32349198	
0,60744724	
1,22114995	
1,7394469	
1,58246919	
2,14304358	
1,46981906	
1,59722888	
1,62600842	
1,90358818	
2,47009518	
2,33293263	
1,60865357	
1,61315525	
0,82632779	
0,99033597	

hist3	Häufigkeit
0	0
0,3	15
0,6	94
0,9	241
1,2	524
1,5	728
1,8	678
2,1	504
2,4	281
2,7	113
3	13
und größer	0

≈ Gauss-
kurve!

Histogramm



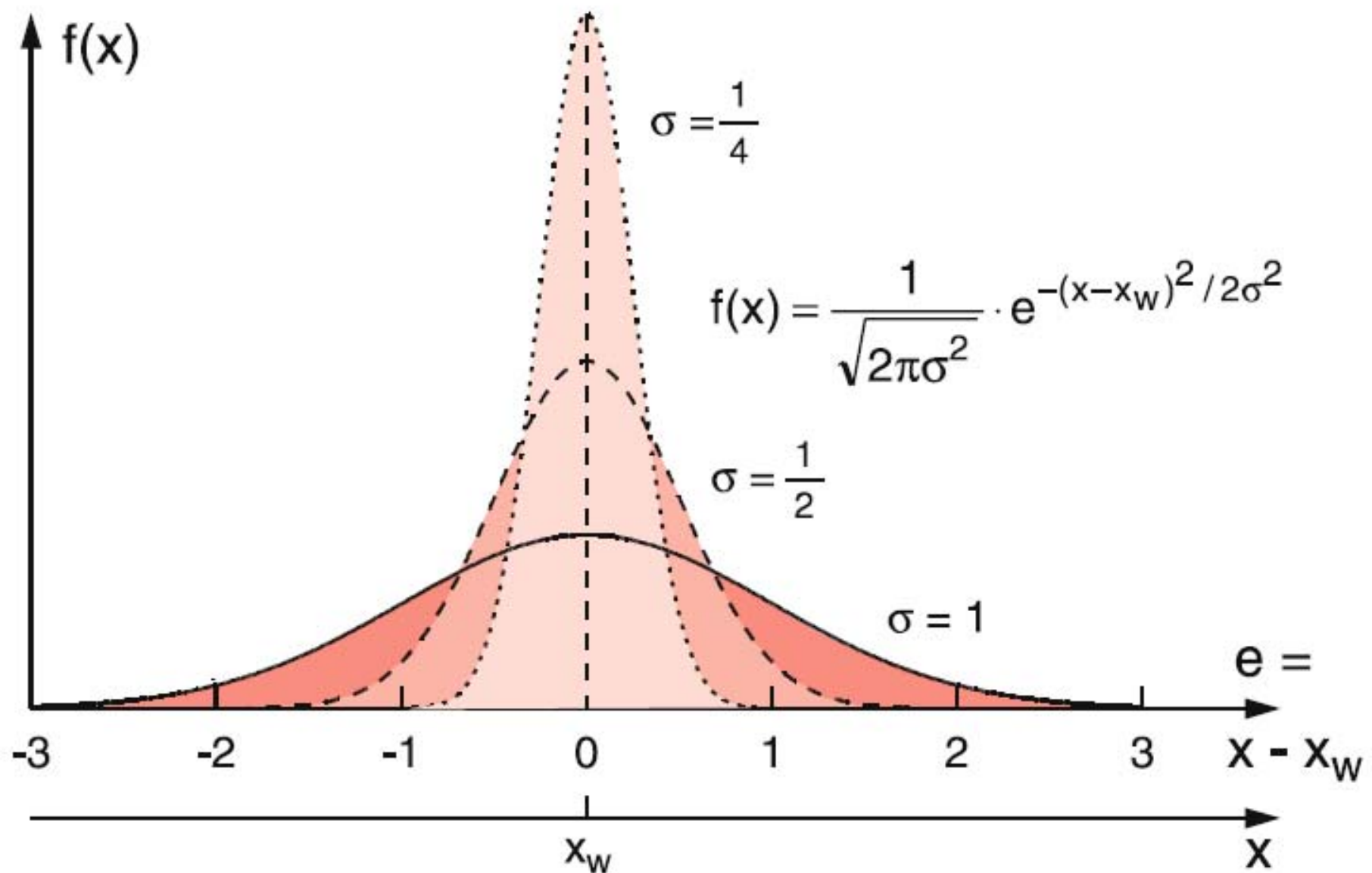
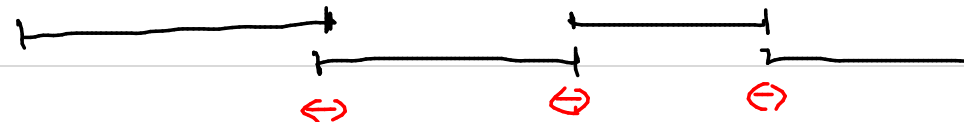


Abb. 1.35. Fehlerverteilungskurven für verschiedene Werte der Standardabweichung σ um den wahren Wert x_w

Fehlerfortpflanzung

Gesuchte Größe hängt von mehreren anderen Größen ab, die fehlerbehaftet sind ... Gesamtfehler?

Beisp. Längenmessung



$$l \pm \Delta l$$

„Anlagefehler“
(zufällig?)

$$L = 4 \cdot l$$

$$L \pm \Delta L, \quad \Delta L = 4 \cdot \Delta l$$

Allg. Fehleraddition:
von zufällige
Fehlern;

„Skalenfehler“: lin. Add.

$$a \pm \sigma_a, \quad b \pm \sigma_b$$

$$c = a + b; \quad \sigma_c^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2$$

Die absoluten Fehler addieren sich quadratisch!

↳ Differenzen von $\approx$ gleich großen Zahlen,
große rel. Fehler haben...

$$a = 100 \pm 1, \quad b = 99 \pm 1$$

$$c = a - b = 1, \quad \Delta c = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{\Delta c}{c} = 1.4$$

$$c = 1 \pm \underbrace{1.4}$$

140% rel. Fehler

" [nein statistisch] liegen 68% der Werte
von c im Intervall
" - 0.4 ... 2.4 "

• Kombinierte unabhängige Größen x_i
zu Resultat $Y = y(x_1, x_2, \dots, x_n)$ $x_n \pm \sigma_{x_n}$

$$\hookrightarrow \sigma_y = \sigma(y) = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\underbrace{\frac{\partial y}{\partial x_j}}_{\text{"part. Abl. von } y \text{ nach } x_j"} \cdot \sigma_{x_j} \right)^2}$$

Beisp. Flächenmessung

↳ Gauss'sche Fehlerfortpflanzung

$$A = x \cdot y \quad ; \quad x \pm \sigma_x \text{ gegeben} \quad ; \quad \sigma_A = ?$$
$$y \pm \sigma_y$$

$$y \rightarrow A(x, y) = x \cdot y$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = y \quad , \quad \frac{\partial A}{\partial y} = x \quad \text{part. Abl.}$$

$$\text{Gauss: } \sigma_A = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial x} \cdot \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y} \cdot \sigma_y\right)^2}$$

$$\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$$

$$= \sqrt{y^2 \cdot \sigma_x^2 + x^2 \cdot \sigma_y^2}$$

aber
unhandlich

quadrieren:

$$\sigma_A^2 = y^2 \sigma_x^2 + x^2 \sigma_y^2$$

$$/ x^2 y^2 (= A^2)$$

die relativen Fehler
addieren sich
quadratisch!

$$\frac{\sigma_A^2}{x^2 y^2} = \frac{\sigma_x^2}{x^2} + \frac{\sigma_y^2}{y^2} = \frac{\sigma_A^2}{A^2}$$

(rel. Fehler von A)²

Beisp. Zurückgelegte Strecke bei gleichmässiger Beschleunigung

$$s \stackrel{||}{=} \frac{1}{2} a \cdot t^{\textcircled{2}} \quad \text{Weg-Zeit-Gesetz}$$

$$s = s(a, t)$$

$$\frac{\partial s}{\partial a} = \frac{1}{2} t^2, \quad \frac{\partial s}{\partial t} = a \cdot t$$

$$\begin{aligned} \sigma_s^2 &= \left(\frac{1}{2} t^2 \cdot \sigma_a \right)^2 + (a \cdot t \cdot \sigma_t)^2 \\ &= \frac{1}{4} t^4 \sigma_a^2 + a^2 t^2 \sigma_t^2 \end{aligned}$$

$\times \frac{1}{4} a^2 t^4 = s^2 !$

$$\left(\frac{\sigma_s}{s} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_a}{a} \right)^2 + \textcircled{4} \left(\frac{\sigma_t}{t} \right)^2 \quad : t \text{ geht quadratisch ein!}$$

Bem.: keine unsinnigen Dezimalstellen angeben!

$$x = 2, \underline{5} \underline{4} \underline{3} \underline{2} \underline{1} \pm 0, \underline{1} \Rightarrow x = 2,54 \pm 0,1$$

↑
noch nimmt

alle Angabe sind
(statistische) wohlbesnndet Schätzung