

Klassische Physik 1

Johannes Blümer

WS 2014/15

V12 27.11.14

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



Zusammenfassung v10 und v11

- Harmonische Schwingung ohne Dämpfung

Rückstellkraft $\propto$ Auslenkung

Bewegungsgleichung $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

Fadenpendel

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

Feder

Lösung $x(t) = c_1 \cos \omega_0 t + c_2 \sin \omega_0 t$



aus Anfangsbedingungen bestimmen

- Harmonische Schwingung mit (Stokes-)Dämpfung

Bewegungsgleichung $m\ddot{x} + \rho\dot{x} + kx = 0$

Dämpfung: Reibungskraft $\propto$ Geschwindigkeit

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \text{mit} \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad \delta = \frac{\rho}{2m}$$

a) Schwach gedämpft $\omega_0 > \delta$

$$x(t) = e^{-\delta t} (c_1 \cos \omega_h t + c_2 \sin \omega_h t)$$

$$\omega_h^2 = \omega_0^2 - \delta^2$$

b) Mittelstark gedämpft (aperiodischer Grenzfall) $\omega_0 = \delta$

$$x(t) = e^{-\delta t} (c_1 + c_2 t)$$

c) Stark gedämpft $\omega_0 < \delta$

$$x(t) = e^{-\delta t} (c_1 e^{-\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} t} + c_2 e^{\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} t})$$

vgl. Verfahren mit komplexen Zahlen

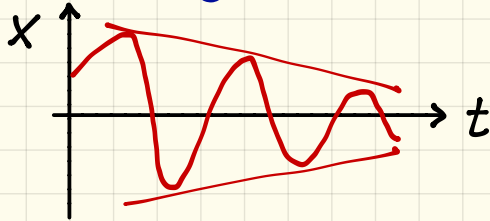
Ansatz $x(t) = \underline{x}_0 e^{\lambda t}$

$$z = a + ib = |z| (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

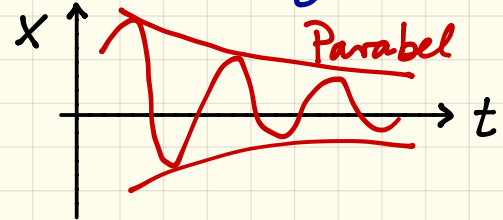
$$|z| = z z^*$$

Vergleich von Dämpfungstypen $F_R \propto v^n$

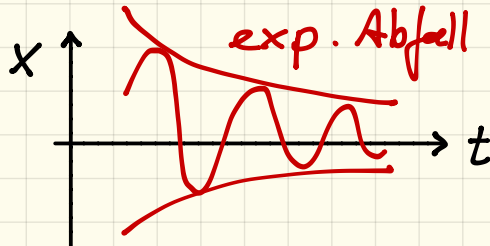
Coulomb-Reibung $n=0$



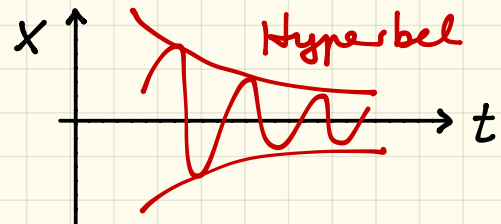
'Schmiermittelreibung' $n = \frac{1}{2}$



Stokes-Reibung $n=1$



Newton-Reibung $n=2$



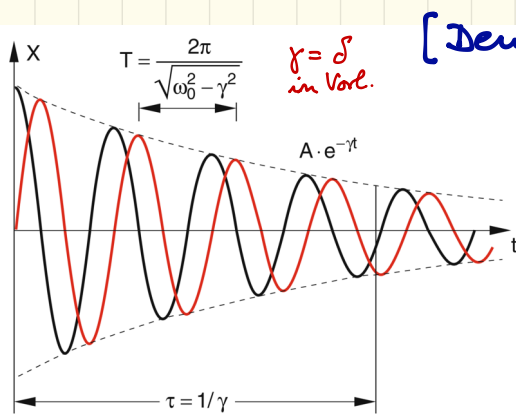


Abb. 11.17. Gedämpfte Schwingung mit Dämpfungskonstante γ und Schwingungsdauer T für die Anfangsbedingungen $x(0) = A$ (schwarz) und $x(0) = 0$ (rot)

[Demptöder]

$\gamma = \delta$
in Vorl.

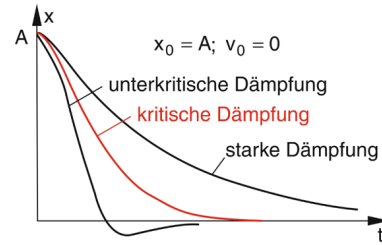
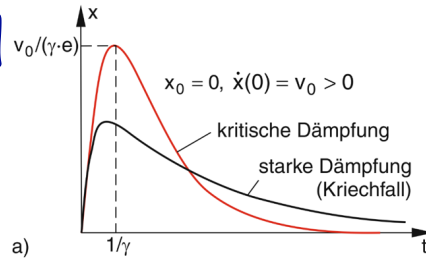


Abb. 11.18. Auslenkung $x(t)$ des gedämpften Oszillators für kritische (rote Kurve, aperiodischer Grenzfall) und überkritische Dämpfung (schwarze Kurve, Kriechfall) Anfangsbedingungen (a) $x(0) = 0, \dot{x}(0) = v_0$; (b) $x(0) = A, \dot{x}(0) = 0$

↗
'freie Schwingungen'

↳ 'erzwungene' Schwingungen

Erzwungene Schwingungen → Resonanz

Energiebetrachtung / Stokes-Reibung

Anfangsenergie $E_{\text{pot}}^{(0)} = \frac{1}{2} k x_0^2$; Gesamtenergie $E_{\text{ges}} = \frac{1}{2} k x(t)^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}(t)^2$

$E_{\text{ges}}(t) \sim$ wenig erhaltend

Betr. Amplitudenänderung

$$\frac{x(t+T)}{x(t)} = \frac{x_0 e^{-\delta(t+T)} \cos(\omega(t+T))}{x_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t)} = e^{-\delta T} \quad \delta T \text{ "logarithm. Dekrement"}$$

Energieabnahme: $E_{\text{pot}} \propto x^2$, also $E = E_0 \cdot e^{-2\delta T}$
pro Schwingung

$$\text{Leistung } P = \frac{dE}{dt} = \dot{E} = -2\delta \underbrace{E_0 e^{-2\delta t}}_E = -2\delta E$$

$$\text{" Gütefaktor " } Q = 2\pi \frac{E}{|\Delta E|_{\text{pro Periode}}} = 2\pi \frac{E}{|2\delta E T|} = 2\pi \frac{\tau}{T}$$

mit $\tau = 1/2\delta \left[= \frac{m}{\xi} \right]$

erzwungene Schwingung Oszillator / Erreger — Kopplung — Resonator / Mitschwinger

↙ ↘ | ↗
stark mittel schwach

bringe eine periodische Kraft auf

$F = F_0 \cos \omega t$ → o. B. d. A. durch Wahl von t_0

erweiterte Dgl: $m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$

↓
lösen für den
„stationären Fall“
d.h. die Anfangsschwingung
ist abgeklungen

Frequenz des Erregers

↪ ist abgeklungen
System schwingt mit Erregerfreq, $\oplus$ Phasenverschiebung

Ansatz: $x(t) = \underbrace{c_1 e^{-\zeta t} \cos \omega_d t + c_2 e^{-\zeta t} \sin \omega_d t}_{\text{homogeneous}} + x_0 \cos(\omega t + \phi)$

↪ Einschwingvorgang
Lösung der hom. Dgl.

inhom. Dgl stationärer Zust.

1) $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$ in Dgl einsetzen

2) $\cos(\omega t + \phi)$, $\sin(\omega t + \phi) \rightarrow \cos \omega t, \cos \phi, \sin \omega t, \sin \phi$
mit Hilfe von trig. Additionstheoremen

3) Ausdrücke nach $\sin \omega t$, $\cos \omega t$... ordnen

$$\hookrightarrow \underbrace{\cos \omega t [A]}_{\text{Terme}} + \underbrace{\sin \omega t [B]}_{\text{Terme}} = F_0 \cos \omega t$$

4) Koeff.vergleich: $[A] = F_0$ $[B] = 0$

liefert 2 Glu mit 2 Unbekannten x_0 , ϕ

$$\tan \phi = \frac{-\zeta \omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad \text{Phase zwischen Erreger und Resonator}$$

5) $\sin \phi$, $\cos \phi$ bilden, $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$ ausnutzen

$$\hookrightarrow x_0 = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \zeta^2 \omega^2}} \quad \text{Amplitude des Resonators}$$

$$x_0 = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \rho^2 \omega^2}}$$

Amplitude des Resonators
hängt von (F_0) , ρ , ω ab!

x_0 wird maximal, wenn $\sqrt{\quad} \rightarrow 0$, d.h. bei einer bestimmten Erregerfrequenz: „Resonanzfrequenz“ ω_R

$$\omega_R: \left. \frac{dx_0}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_R} = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_R^2 = \omega_0^2 - \frac{\rho^2}{2m^2} = \omega_0^2 - 2\delta^2$$

$\omega = \omega_R$ in $x_0(\omega)$ einsetzen $\rightarrow$ Amplitude „in der Resonanz“:

$$x_0^{(\omega_R)} = x_0(\omega = \omega_R) = \frac{F_0}{\sqrt{\rho^2(\delta^2 + \omega_R^2)}} \rightarrow \infty \text{ für } \rho \rightarrow 0$$

d.h. Dämpfung muss
stark genug sein, um
Zerstörungen zu
vermeiden

[Demströber]

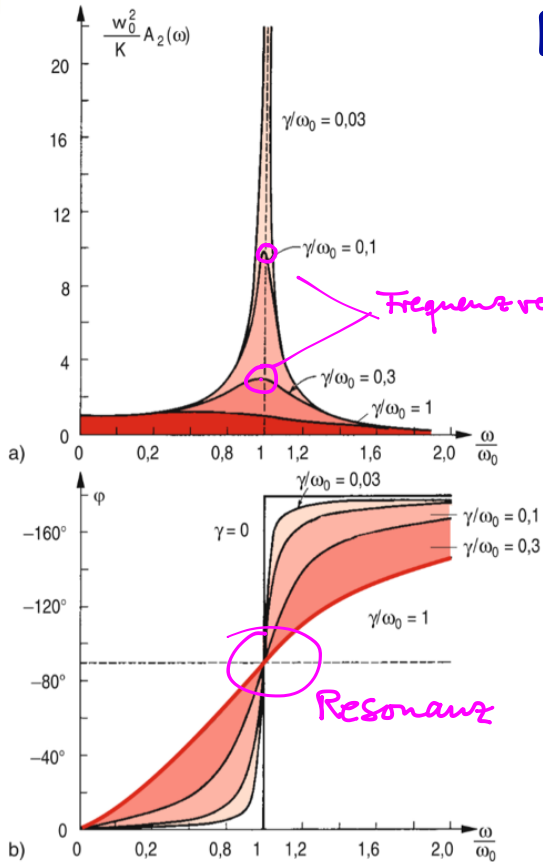


Abb. 11.22. (a) Resonanzkurve der erzwungenen Schwingung für verschiedene Dämpfungen. Man beachte die Verschiebung des Maximums mit zunehmender Dämpfung. (b) Quantitativer Verlauf der Phasenverschiebung

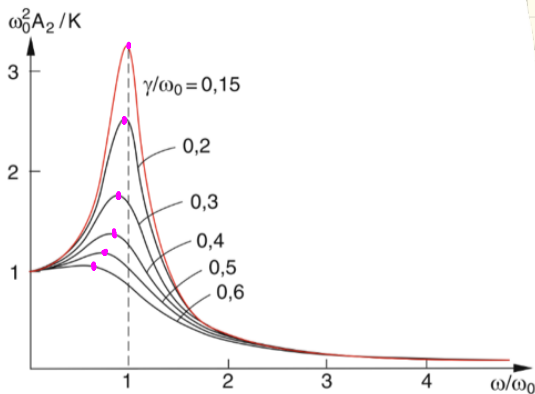


Abb. 11.23. Normierte Amplitude $|A_2(\omega)|$ einer erzwungenen Schwingung

Tacoma Bridge / Washington



1. Juli 1940



7. Nov. 1940



1. Einführung

- 1.1. Was ist Physik?
- 1.2. Physikalische Größen und Einheiten
- 1.3. Messungen, Datenauswertung, Fehler

2. Klassische Mechanik

- 2.1. Kinematik der Massenpunkte
- 2.2. Dynamik der Massenpunkte
- 2.3. Systeme von Massenpunkten
- 2.4. Rotation, *sterne Körper*

3. Gravitation

- 3.1. Gravitationsgesetz
- 3.2. Feld und Potential

3.3. Planetenbahnen: Kepler

3.4. Massenverteilungen

3.5. Dunkle Materie

4. Relativistische Mechanik

4.1. Bezugssysteme und Transformationen

4.2. Spezielle Relativitätstheorie

4.3. Relativistische Kinematik

5. Feste Körper und Flüssigkeiten

5.1. Feste Körper

5.2. Hydrostatik und Hydrodynamik

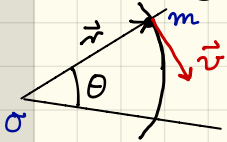
6. Schwingungen und Wellen

6.1. Schwingungen

6.2. Wellen

Drehbewegungen und Drehimpuls

Erinnerungen ...



Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \rightarrow \frac{2\pi}{T} \text{ wenn glm.}$$

Bahngeschwindigkeit $v = \omega \cdot r \rightarrow \frac{2\pi r}{T}$

Winkelbeschleunigung $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$

Zentripetalbeschleunigung $a_z = \frac{dv}{dt} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

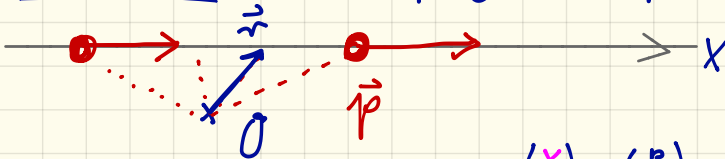
'Impuls' auf Drehbewegungen anwenden

Zunächst für Punktmasse, dann für die so gen. "Starrkörper"

Drehimpuls: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

bzgl. der Rot. um Ursprung O

Beispiele: Vorbeiflug mit $\vec{p} = \text{konst.}$



$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -yp \hat{e}_z = \text{const.}$$

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \vec{r} \times \vec{p} \\ &= |\vec{r}| \cdot |\vec{p}| \sin(\angle \vec{r}, \vec{p}) \cdot \hat{e}_z \\ \vec{L} &\perp \vec{r} \\ &\perp \vec{p} \end{aligned}$$

Masse m auf Kreisbahn in der x, z -Ebene

$$\vec{\omega} = -\omega \hat{e}_y = \text{const}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = -rp \hat{e}_y = \text{const.}$$

Was bedeutet $\frac{d\vec{L}}{dt}$? $\rightarrow$ v13