

Klassische Physik 1

Johannes Blümer

WS 2014/15

V13 02.12.14

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



Zusammenfassung V 12

Amplitudenänderung bei Stokes-Dämpfung: $\frac{x(t+T)}{x(t)} = e^{-\delta T}$

↳ Energie $\propto$ Amplitude²

mit $\delta = \gamma/2m$

↳ Leistung $P = \dot{E} = -2\delta E \rightarrow$ expon. Abnahme

Gütefaktor $Q = 2\pi \frac{E}{|\Delta E_{\text{periode}}|} = 2\pi \frac{E}{2\delta E T} = 2\pi \frac{\tau}{T} \quad \tau = \frac{1}{\delta} = \frac{m}{\gamma}$

char. Zeit

Erzwungene Schwingung: Dgl. um period. Kraft-Term erweitern!

$$m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t \quad \text{mit } \omega!$$

$$\hookrightarrow \tan \phi = \frac{-\gamma \omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad ; \quad X_0 = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}}$$

↳ Phase -90° in Resonanz $\omega_0^2 = \omega^2 \Rightarrow X_0 \rightarrow \infty$ für $\gamma \rightarrow 0$

Drehbewegungen

$$L = \vec{r} \times \vec{p} \quad \text{Drehimpuls}$$

Beisp. Vorbeiflug ✓
Kreisbahn ✓

Drehimpulserhaltung!

Was bedeutet $d\vec{L}/dt$? $\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{p})$

Also

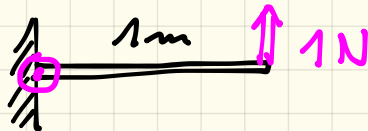
$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}}{dt} &= \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M} \\ &= \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}}_{\text{stets } 0} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \\ &= \vec{v} \times \vec{p} + \vec{r} \times \vec{F} \end{aligned}$$

"Drehmoment"

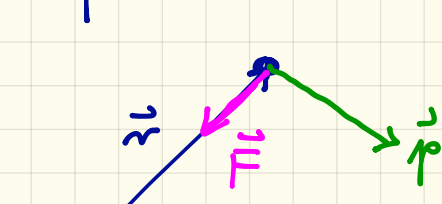
wenn $\vec{F} \perp \vec{r}$

↳ $M = r \cdot F$ "Drehmoment = Kraft $\times$ Hebelarm"

$$[M] = \text{Nm}$$



Beisp. anziehende Zentralkraft



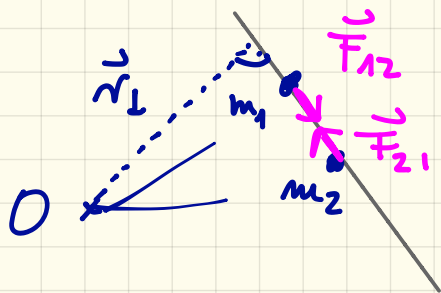
$$\vec{F}(\vec{r}) = -f(r) \cdot \hat{r}$$

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = -\vec{r} \times f(r) \hat{r} = 0$$

$$\vec{L} = \text{const}$$

Alle Drehmomente
verschwinden
paarweise

Drehmomente von N Teilchen, die mit-
einander wechselwirken:



Newton III: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

$$\left. \begin{array}{l} M_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_{21} \\ M_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_{12} \end{array} \right\} \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0$$

$$\vec{L} = \sum_{j=1}^N \vec{L}_j = \text{konst. ohne \u00e4u\u00dfere Einwirkung}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{(\text{au\u00dfen})}$$

Der Drehimpuls ist eine fundamentale Erhaltungsgr\u00f6\u00dfe

In einem abgeschlossenen System ist der (gesamte) Drehimpuls konstant.

Versuche : Eisenbahn auf drehbarer Schiene
Drehstuhl (+ m. H\u00e4ndeln)
Kugel an Schnur

Schwerpunkt, Massenmittelpunkt

betr. n Teilchen
mit Massen m_j ,
Ortsvektoren $\vec{r}_j$

$$\vec{R}_s = \frac{\sum m_j \vec{r}_j}{\sum m_j}$$

$$\left[\begin{array}{l} \leftarrow \text{gewichtete Summe} \\ \hline \leftarrow \text{Summe der Gewichte} \end{array} \right]$$

↪ bilde Gesamtimpuls:

$$\sum \vec{p}_j = \sum m_j \dot{\vec{r}}_j = \underbrace{\dot{\vec{R}}_s}_{\substack{\text{gesamte Masse} \\ \text{geschwindigkeit des} \\ \text{Schwerpunkts}}} \cdot \sum m_j = M \cdot \vec{v}_s$$

↪ bilde Summe aller Kräfte

$$\sum \vec{F}_j = \sum \frac{d\vec{p}_j}{dt} = \sum m_j \dot{\vec{v}}_j = \sum m_j \cdot \vec{a}_s = M \vec{a}_s$$

$$\sum \text{Kräfte} = \text{Gesamtmasse} \cdot \text{Schwerpunktbeschl.}$$

müßtl. Zerlegung des Gesamtdrehimpulses:

$$\vec{L} = \sum \vec{r}_i \times \vec{p}_i$$

$$= \underbrace{\sum (\vec{r}_i - \vec{R}_s) \times \vec{p}_i}_{\text{Drehimpuls bzgl. des Schwerpunkts } \vec{R}_s} + \underbrace{\sum \vec{R}_s \times \vec{p}_i}_{\text{Drehimpuls des Schwerpunkts}}$$

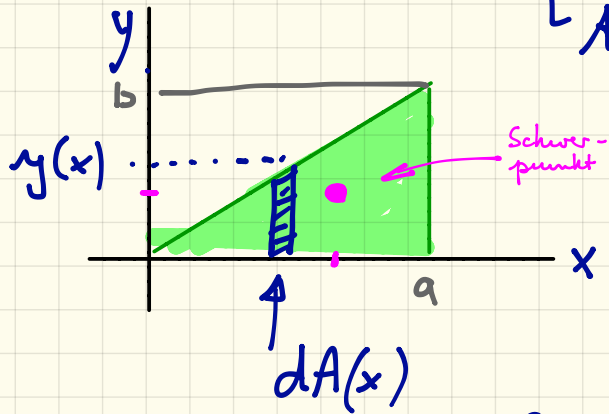
Drehimpuls bzgl. des Schwerpunkts $\vec{R}_s$

Drehimpuls des Schwerpunkts

Bestimmung des Schwerpunkts

$$\vec{R}_s = \frac{\sum m_j \vec{r}_j}{\sum m_j} \rightarrow \frac{\sum \Delta m_j \vec{r}_j}{\sum \Delta m_j} \rightarrow \frac{\int \vec{r} dm}{\int dm}$$

Bsp.: Schwerpunkt eines masselastigen Drückes



$$L \text{ Ann. } dm = \rho \cdot dA$$

Komponentenweise

$$\vec{R}_S = \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \end{pmatrix}$$

$$\frac{\int \vec{r} dm}{\int dm}$$

$\rightarrow$

$$x_s = \frac{1}{A} \int_0^a x dA$$

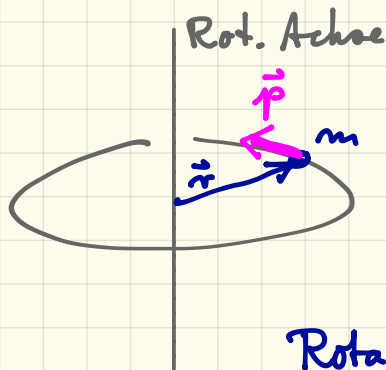
$$dA = dx \cdot y(x) \\ = dx \left(\frac{b}{a} x \right)$$

$$= \frac{1}{A} \int_0^a \frac{b}{a} x^2 dx$$

$$= \frac{1}{ab/2} \cdot \frac{b}{a} \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^a = \frac{2}{3} a$$

$$y_s = \dots = \frac{1}{3} b$$

Trägheitsmoment



kin. Energie in dem umlaufenden
Massepunkt: $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$

$$= \frac{1}{2} m (\omega r)^2$$

$$= \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2$$

Rotationsenergie

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \gamma \dot{\theta}^2$$

mit $\gamma = m r^2$ (Masse-) Trägheitsmoment
des Masse m bzgl. Rotation um die
Achse im Abstand r

$$[\gamma] = \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J = \sum m_i r_i^2 \text{ Punktmasse } m_i \rightarrow \sum J_i \text{ für } n \text{ Teilchen}$$

$$= \sum m_i \vec{r}_i^2$$

↳ dm bei Massenverteilungen

Massenträgheitsmoment f. bel. Körper: $J = \int_{(m)(V)} r^2 dm$

11^{05} Marsup
 $\times 19$ ✓

bei konstanter Dichte ρ : $J = \rho \int_V r^2 dV$

Demonstrationen:

Hohlzylinder vs. Vollzylinder
 auf schiefer Ebene

↔ unterschiedl.
 Trägheitsmomente, E_{rot}

Maxwell-Rad

↔ $E_{\text{pot}} \leftrightarrow E_{\text{rot}}$

Teddi auf Fahrrad

→ Vorgriff: rot. Masse (Rad)
 → Drehimpulserh. im Raum