

Online-Anmeldung zur Vorleistung
bis 06. Feb.

Klassische Physik 1

Johannes Bümer

WS 2014/15

V24 27. Januar

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



Zusammenfassung von V23 vom 22. Januar 2015

5. Deformierbare Körper

Variabilität von Gestalt und Volumen:

Festkörper – Flüssigkeit – Gas

Spannung: $\sigma = F/A$ Druck: $P = F/A$ Dichte: $\rho = dm/dV$
[N/m²] **Skalar!** [N/m² = Pa]

Kompressionsmodul: $K = \ominus \text{Druck} / \text{rel. Volumenänderung}$
 $= -\frac{P}{\Delta V/V}$

Dehnung: $\varepsilon = \text{rel. Längenänderung} = \frac{\Delta l}{l}$

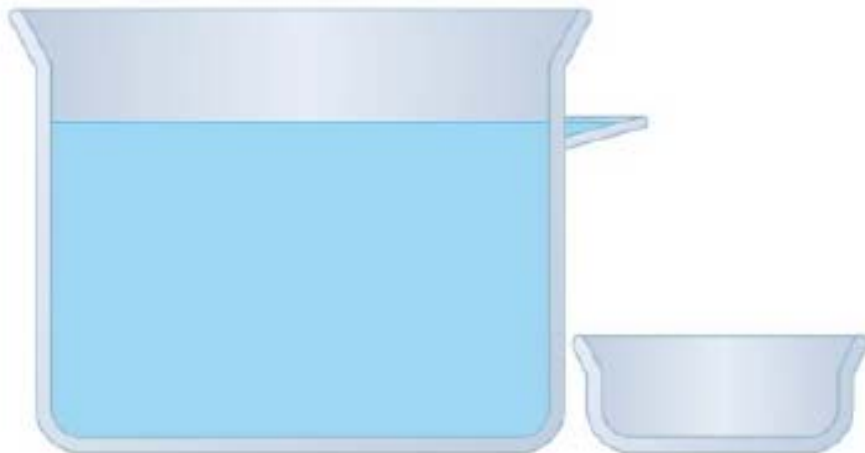
Elastizitätsmodul: $E = \text{Spannung} / \text{Dehnung} = \frac{F/A}{\Delta l/l}$

Scherung: Kraft parallel zur Oberfläche

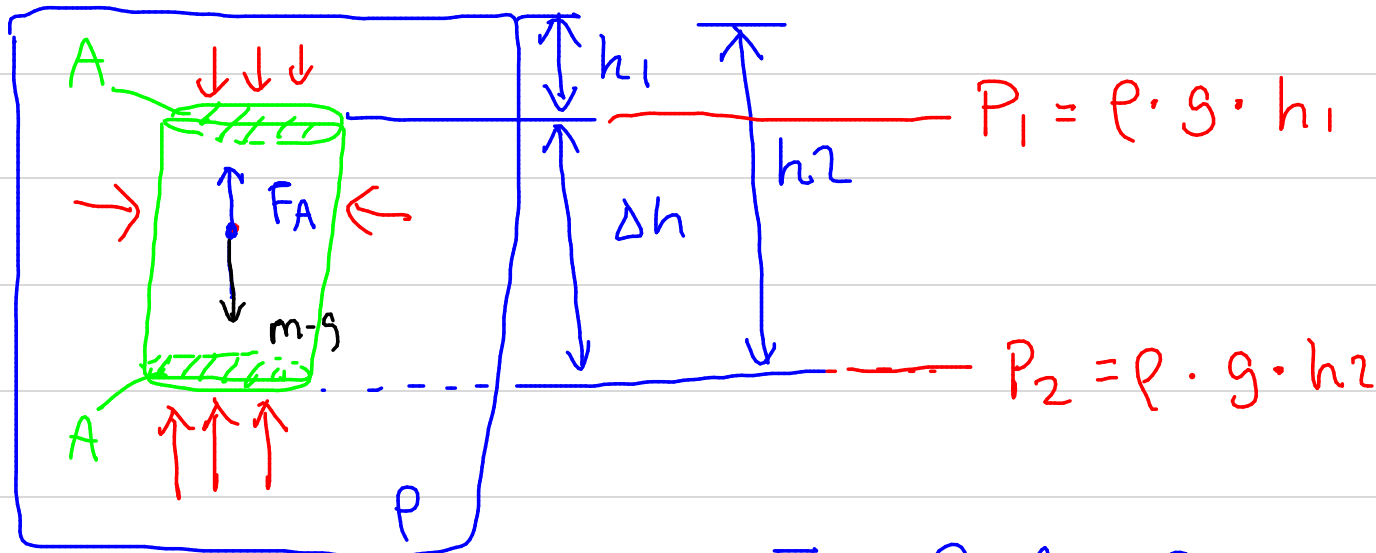
Hydrostatischer Druck: $P(h) = P_0 + \rho h g$

- Auftrieb, Archimedisches Prinzip
- Gasdruck, Zustandsgleichung
- Barometerformel
- Oberflächenspannung, Kapillarität
- Hydrodynamik: Kontinuitätsgleichung, Bernoulli-Gleichung
- Viskosität
- Turbulenz

Archimedes' principle



• Auftrieb, Archimedisches Prinzip



$$F_A = P \cdot A = \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot A - \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot A$$

$$= \rho \cdot g \cdot A \underbrace{(h_2 - h_1)}_{\Delta h}$$

$$= \rho \cdot g \cdot A \cdot \Delta h$$

V

$$\Rightarrow F_A = \rho \cdot g \cdot V_{\text{eingetaucht}}$$

$$= m \cdot g$$

$$F_A = F_G \text{ (verdrängt) - Prinzip}$$

Archimedisches

$F_A = F_G$: Schweben

$F_A > F_G$: Steigen $\rightarrow F_A = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot V > m \cdot g = \rho_{\text{K}} \cdot g \cdot V$

$$\Rightarrow \rho_{\text{Fl.}} > \rho_{\text{K}}$$

$F_A < F_G$: Sinken

Aufttriebskraft = Gewichtskraft der verdrängten
 F_A Flüssigkeit / des -||- Körpers

$V_{\text{Körper}} = V$ (Verdrängten Flüssigkeiten)

↳ Auftriebsmessungen = Dichtevergleiche!

$G_{\text{rel.}} = \frac{G}{G_W}$ relatives Gewicht eines Körpers
bezogen auf ein gleiches größes
Volumen Wasser

Aufttrieb = Gewichtsverlust!

↳ $G_{\text{rel.}} = \frac{G}{F_A} = \text{rel. Dichte} = \frac{\rho}{\rho_W}$

Bsp.: Dichtebestimmung eines Steins

Gewicht in Luft = 1,2 N
-||- in Wasser = 0,8 N } 0,4 N Auftrieb

$$G_{\text{rel.}} = \frac{G}{F_A} = \frac{1,2 \text{ N}}{0,4 \text{ N}} = 3 = \frac{\rho_{\text{Stein}}}{\rho_W}$$

für genaue Messungen Auftrieb in Luft berücksichtigen!

$$\Rightarrow \rho_{\text{Stein}} \approx 3 \cdot \rho_W$$

• Hydrostatischer Druck im Gas : Barometer-Formel

z.B. "Luftdruck" $P = f(\text{Höhe})$

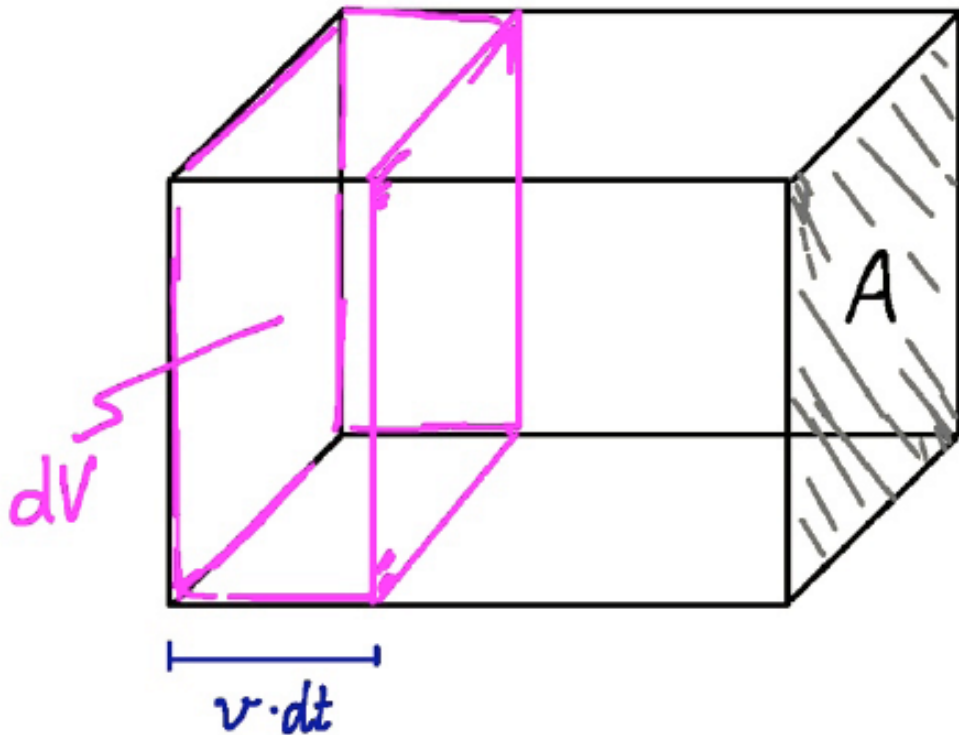
Problem: Dichte ist druckabhängig $\rho(P) = ?$

Modell Gasdruck



Kinetische Theorie
für Druck, Dichte, Temp.
von Gasen.

[vertief. Disk. $\rightarrow$ Thermodynamik]



einfachstes Modell:

- i) alle Teilchen: $v = \langle u_i \rangle$
- ii) N Teilchen in Volumen V ,
- iii) gleichverteilte Richtung, ^{Würfel}
je $1/6$ pro Wand
- iv) Gefäßwände " ∞ massiv"

In dt treffen dN Teilchen auf eine Wand:

$$dN = \frac{1}{6} N \cdot \frac{dV}{V}$$

(iii)

$$dV = A \cdot v \cdot dt$$

$$dN = \frac{1}{6} N \cdot \frac{A \cdot v \cdot dt}{V} *$$

für jeden Teilchen

Druck auf Wand:

elastische Stöße m. Wand

Impulsumkehrung bei

Aufprall $\rightarrow$ Wand nimmt

Impuls auf $\rightarrow$ Kraft

$\rightarrow$ Druck

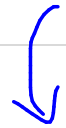
$$p \text{ Molekülimpuls} = m \cdot v \quad ; \quad m \ll m_{\text{Wand}}$$

$$\text{Stoß an Wand: } \Delta p = \underbrace{mv}_{\text{vor}} - \underbrace{(-mv)}_{\text{nach dem Stoß}} = 2mv$$

In dt stoßen dN Teilchen:

$$\Delta P_{\text{ges.}} = 2mv \cdot dN$$

Kraft auf Wand der Fläche A : $F = \frac{\Delta P_{\text{ges.}}}{dt} = \frac{2mv \cdot dN}{dt}$
($F = \dot{P}$!)



$$\begin{aligned} \text{Druck auf Wand} = p &= \frac{F}{A} = \frac{2mv \cdot dN}{A \cdot dt} \\ &= \frac{2mv \cdot \frac{1}{6}N \cdot \frac{\cancel{A} \cdot v \cdot \cancel{dt}}{V}}{\cancel{A} \cdot \cancel{dt}} \\ &= \frac{1}{3} mv^2 \frac{N}{V} \end{aligned}$$

$$P = \frac{1}{2} mv^2 \left(\frac{2}{3} \frac{N}{V} \right)$$

Kin Energie
eines Moleküls

Teilchenzahldicht!
"hängt" irgendwie
mit $\overline{v^2}$ zusammen ...

$$\text{Def.: } E_{\text{Molekül}} = \frac{1}{2} m_{\text{Molekül}} v^2 = \frac{3}{2} k \cdot T$$

Temperatur in [K]

Energie

Mikro-

makroskopische Eigenschaft

$$k = 1.4 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad \text{Boltzmann-Konstante}$$

Damit Druck:

$$P \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

„Zustandsgleichung“
für (ideale) Gase

Folgerungen aus Zustandsgleichung:

$$P = \frac{N \cdot k}{V} \cdot T \quad : \text{Druck} \propto \text{Temperatur!}$$

$$P = k T \cdot \frac{N}{V} \quad : \text{Druck} \propto \text{Dichte}$$

[$P=0$ für $T=0$: „ideales Gas“]

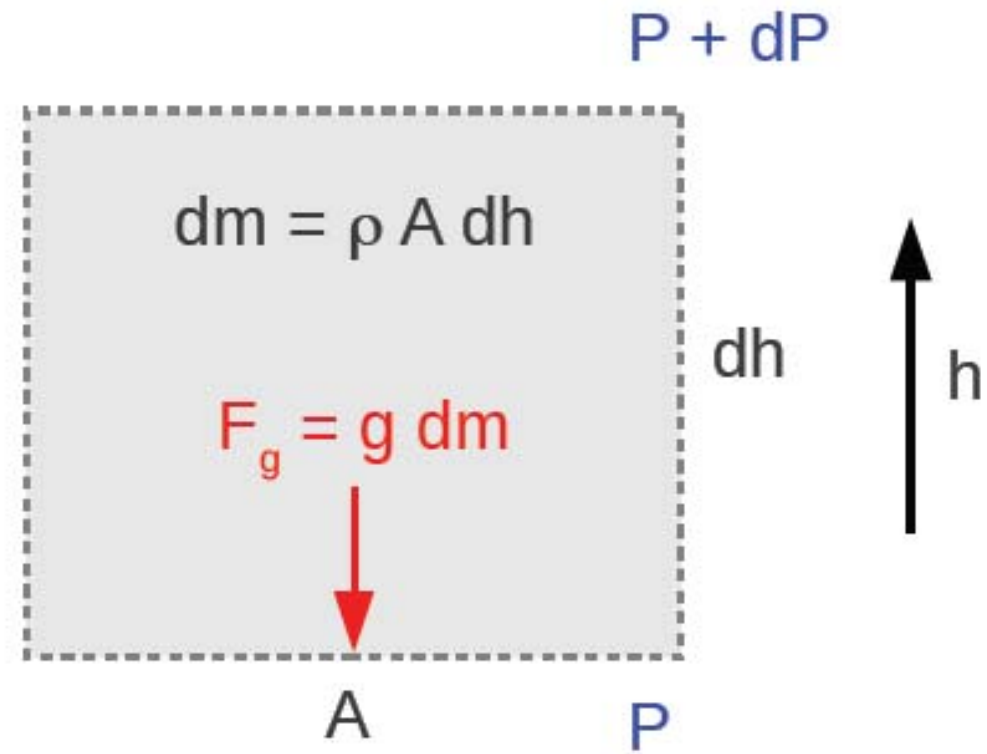
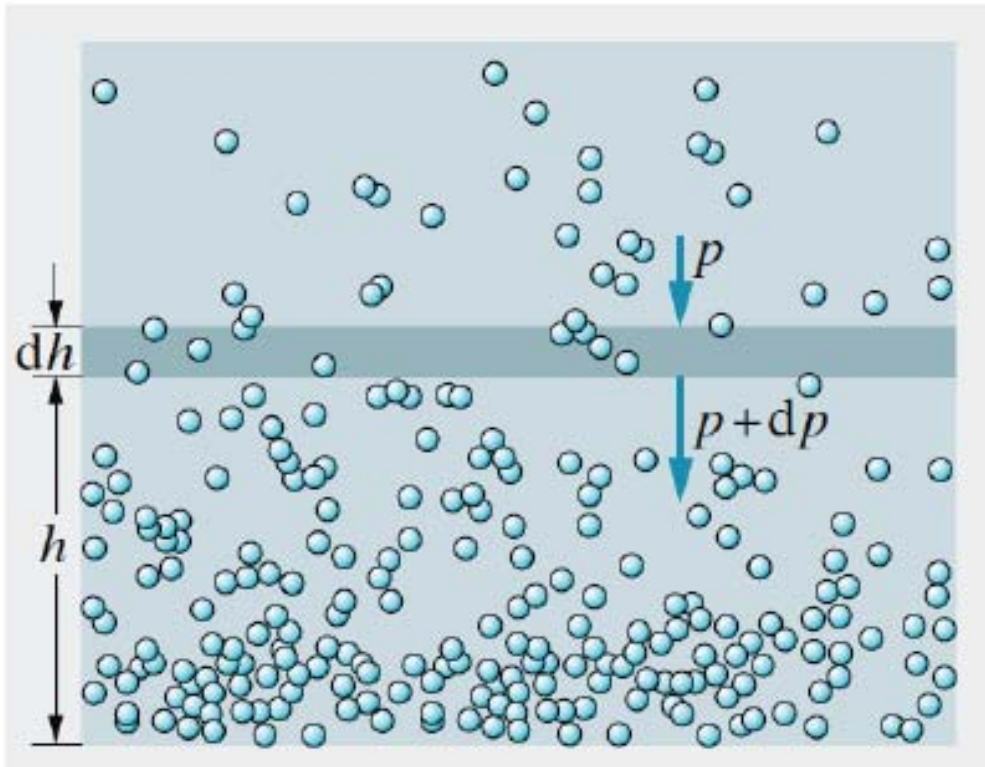
wenn $T = \text{Konst.}$,
dann $\rho \propto P$

Boylesches Gesetz!

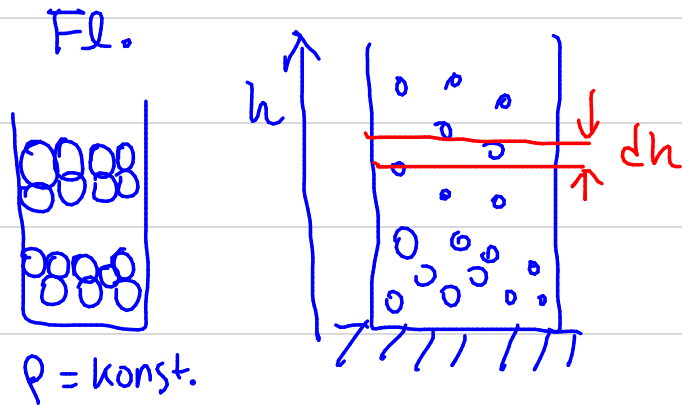
$$\rho \propto \frac{N}{V} \propto \frac{P}{T}$$

Dichte $\propto$ Druck
 $\propto$ Temperatur⁻¹

hydrostatischer Gasdruck



• Barometerformel : $P(h)$



Erdboden: $P = P_0$, $P_{\text{Luft}} = P_0$, $h = 0$

$T = \text{konst.}$, $\Delta P_{\text{Horiz.}} = 0$

Betr. Fläche A in Höhe h , Druck P
 —||— $h + dh$ $P + dP$

$$- dP = \frac{g \cdot \underbrace{dm}_{\text{Druck-änderung}}}{\underbrace{A}_{\text{Druck aufgrund der in der Schicht } dh \text{ befindliche Masse } dm}} = \frac{dF}{A}$$

Vertikales Gleichgewicht

Druck-
änderung

Druck aufgrund der in der Schicht dh
befindliche Masse dm

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot dh \cdot A$$

$$dP + \frac{g \cdot \rho \cdot dh \cdot \cancel{A}}{\cancel{A}} = 0$$

$$\Rightarrow dP + g \cdot \rho \cdot dh = 0$$

konst.

Parameter
 ↳ Abhängigkeit $\rho(P)$

Vgl. Fl.: $\rho = \text{konst.}$

$$p \propto p \text{ für } T = \text{konst} : \frac{p}{p} = \frac{p_0}{p_0} = \text{konst}$$

$$\Rightarrow p = p_0 \cdot \frac{p}{p_0} = \underbrace{\frac{p_0}{p_0}} \cdot p$$

$$\Rightarrow dp + g \cdot \frac{p_0}{p_0} \cdot p \cdot dh = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = - \frac{g \cdot p_0}{p_0} \cdot dh$$

Dgl. mit richtigen Grenzen integrieren.

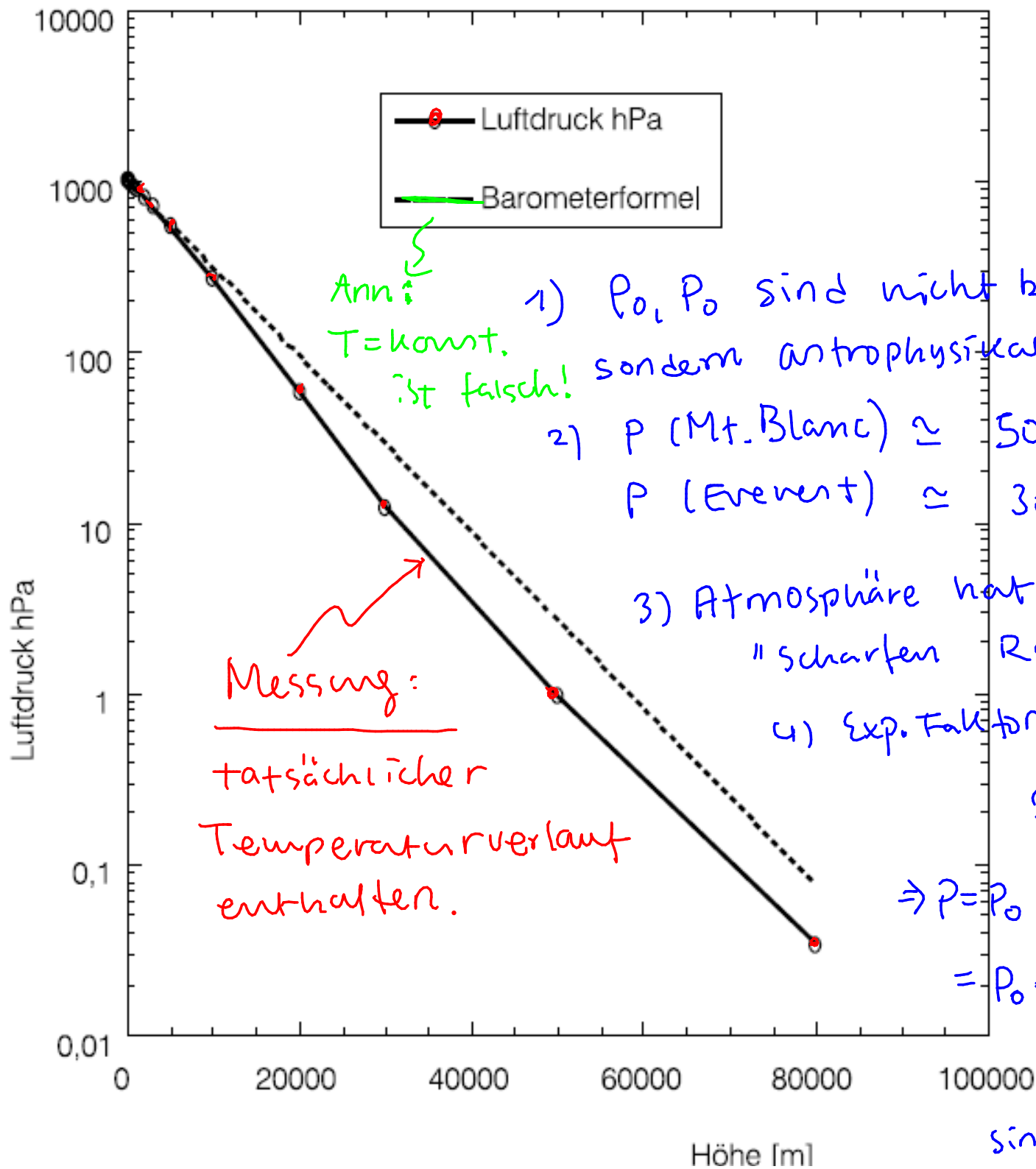
$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = - \frac{g \cdot p_0}{p_0} \int_{h_0=0}^h dh$$

$$\ln p - \ln p_0 = - \frac{g p_0}{p_0} \cdot (h - h_0) = \ln \frac{p}{p_0}$$

$$\Rightarrow p = p_0 \cdot e^{-\frac{g \cdot p_0}{p_0} \cdot h}$$

(idealisierte) Barometrische Höhenformel

$$h=0, \exp(\cdot) = 1 \Rightarrow p = p_0 = 1013 \text{ hPa } (T = \text{konst.})$$



1) P_0, P_0 sind nicht beliebig, sondern anthropophysikalisch festgelegt!

2) $P(\text{Mt. Blanc}) \approx 50\%$ von P_0
 $P(\text{Everest}) \approx 30\%$

3) Atmosphäre hat keine "scharfen Rand"

4) Exp. Faktor: $g \cdot \frac{P_0}{P_0}$
 $\approx 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

$\Rightarrow P = P_0 \cdot e^{-1.2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \cdot h}$
 $= P_0 \cdot e^{-h/8.33 \text{ km}}$

d.h. für $h = 8.33 \text{ km}$

sinkt P auf P_0 .

$M_{\text{Erde}}, T_{\text{...}}$

