

Klassische Physik 1

Johannes Blümer

WS 2014/15

v28 10. Februar 2015

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



Zusammenfassung von v27

Gekoppelte Schwingungen: Ansatz nicht zu eng fassen

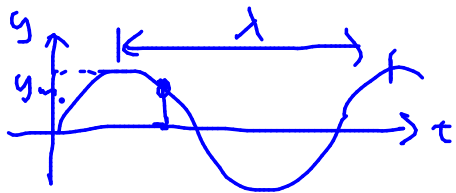
Schwebungen:

Überlagerung von Schwingungen mit sehr ähnlichen Frequenzen

Ansatz $x(t) = x_0 [\sin(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)]$

$$\omega_1 \approx \omega_2$$

führt auf Amplitudenmodulation: $x(t) = 2x_0 \cdot \sin(\omega_m t) \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\Delta\omega t\right)$



$$\omega_m = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$$

$\hookrightarrow$ mittl. Freq. $\hookrightarrow$ Diff. der Freq.

Wellenausbreitung:

Elongation, Wellenlänge, Frequenz, Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$\lambda$$

$$f = 1/\tau$$

$$\text{Kreis freq. } \omega = 2\pi f$$

$$v = \lambda \cdot f$$

Versuche: gekoppelte Pendel, Federoszillatoren

angeregte Schwingungen

↳ Schwebungen mit Stimmgabeln, Frequenzgeneratoren

↳ longitudinale, transversale Schwingungen

✗ Schallgeschwindigkeit

2-dim Wasserwellen

„harmonische“ Wellen

lineare Kraftgesetz für die Rückstellkraft

Beschreibung durch eine Frequenz

$$\begin{aligned} y(x, t) &= y_0 \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x - \omega t \right) \\ &= y_0 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - f \cdot t \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} =: k \quad \text{„Wellenzahl“}$$

$$y = y_0 \cdot \sin (k \cdot x - \omega t)$$

symmetr.
in x und t

Wellengleichung : Dgl. für die Dynamik des Vorgangs

Wellenfunktion = Lösung der W. gl.

Phänomene : Reflexion, Beugung, Interferenz,
Brechung

[Dispersion : $c = f \cdot \lambda$ hängt f, λ ab]

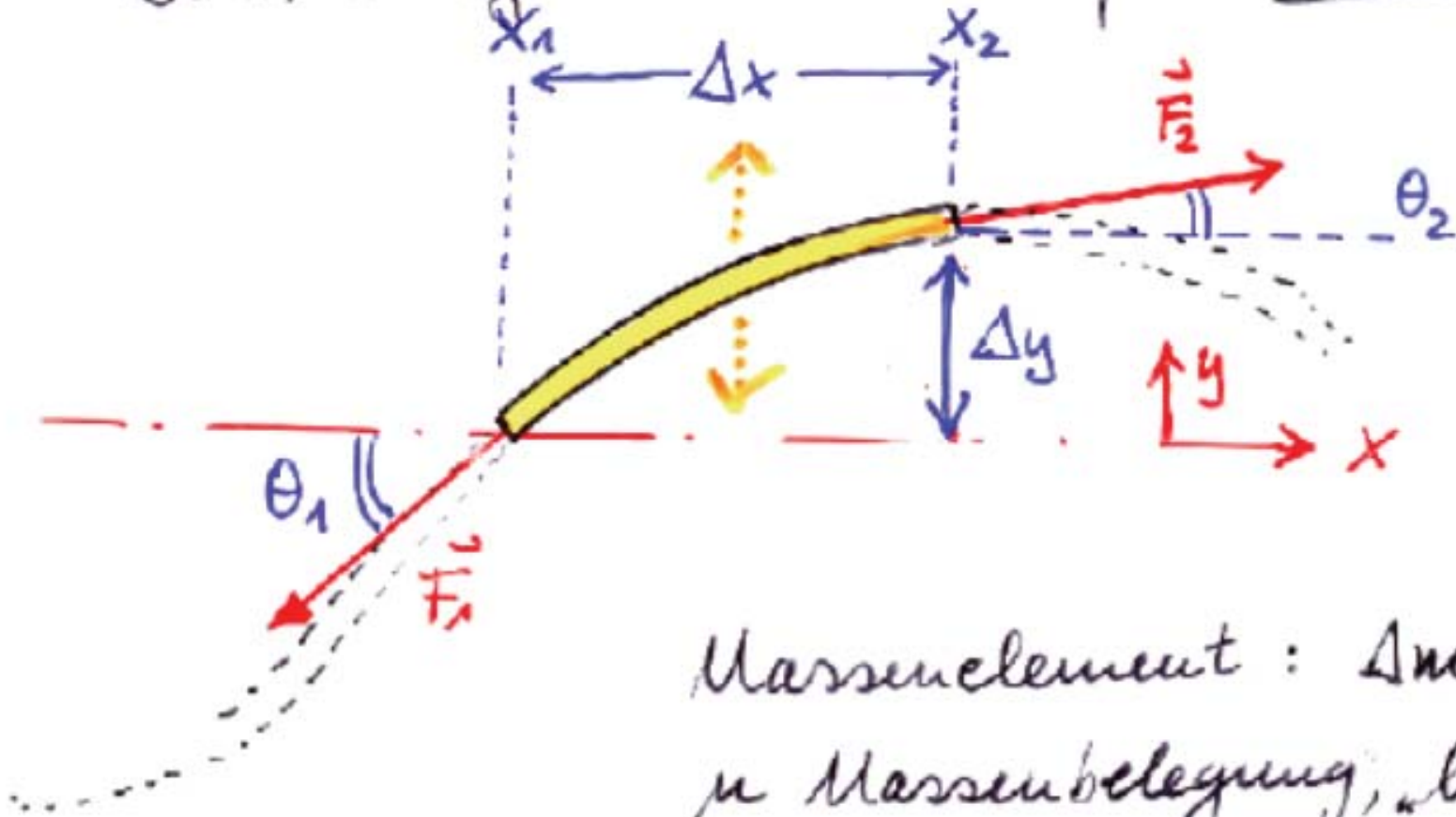
Stehende Wellen

Gummiseil
Versuch :



Wellengleichung

Betr. ausgelenkte Saite für kleine Auslenkung.



Massenelement: $\Delta m = \mu \cdot \Delta x$
 μ Massenbelegung, "lineare Dichte"
befindet sich "bei x, y "

An den Enden des Segments greifen Kräfte

$\vec{F}_1, \vec{F}_2$ an, nicht ganz kollinear!

Bewegung des Segments in $\pm y$ -Richtung

→ betr. Vertikalcomponenten von $\vec{F}_1, \vec{F}_2$:

$$F_y = F \cdot \sin \theta_2 - F \cdot \sin \theta_1, \quad F = |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$$

$$= F (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

$$\approx F \cdot (\tan \theta_2 - \tan \theta_1)$$

für kleine Winkel

sonst Longit.
Welle oder
glob. Beweg.

$\tan \theta_{1,2} = \text{Steigung der Kurve an der Stelle } x_{1,2}$

$\hookrightarrow \tan \theta_2 - \tan \theta_1 = (\text{kleine}) \text{ Differenz}$
 in den Kurvensteigungen
 d.h. in den ersten Ableitungen

Steigung $S \equiv \tan \theta = \frac{\partial y}{\partial x}$ Betr. nur Ableitungen
 nach x , nehme
 t als konst.

$\hookrightarrow \text{Damit } F_y = F \cdot \underbrace{(S_2 - S_1)}_{= \text{Rückstellkraft auf das Saitenelement}} = F \cdot \Delta S$

Newton! $= \underbrace{\Delta m}_{\text{Masse des segments}} \cdot \underbrace{\ddot{a}_y}_{\text{Beschl. in } y\text{-Richt.}}$
 $\Delta m = \mu \cdot \Delta x$

$$a_y = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$

$\Delta m = \mu \cdot \Delta x$ einsetzen u. partielle Abl. verwenden:

$$\Rightarrow F \cdot \underbrace{\Delta S} = \underbrace{\mu \cdot \Delta x} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\boxed{\frac{\Delta S}{\Delta x}} = \frac{\mu}{F} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Grenzübergang $\Delta x \rightarrow 0$ durchführen

und $S = \frac{\partial y}{\partial x}$ einsetzen:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x} S = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Also

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \underbrace{\frac{\mu}{F}}_{\text{konst.}} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

"Wellengleichung."
lin. part. Dgl. 2. Ord.
in x und t

Wellenfunktion dazu suchen!

↳ oder „geratene“ Lösung als richtig beweisen!

$y = A \cdot \sin(kx - \omega t)$ ist Lösung von $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$

WF w.gl.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = k \cdot A \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 \cdot \underbrace{A \cdot \sin(kx - \omega t)}_{\equiv y} = -k^2 \cdot y$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 \underbrace{A \sin(kx - \omega t)}_{\equiv y} = -\omega^2 \cdot y$$

in Dgl. einsetzen:

$$\underbrace{(-\omega^2 \cdot y)}_{\text{links}} = \underbrace{v^2 \cdot (-k^2 \cdot y)}_{\text{rechts}}$$

Bed. erfüllt, wenn

$$\omega^2 = v^2 \cdot k^2, \quad v = \frac{\omega}{k}$$

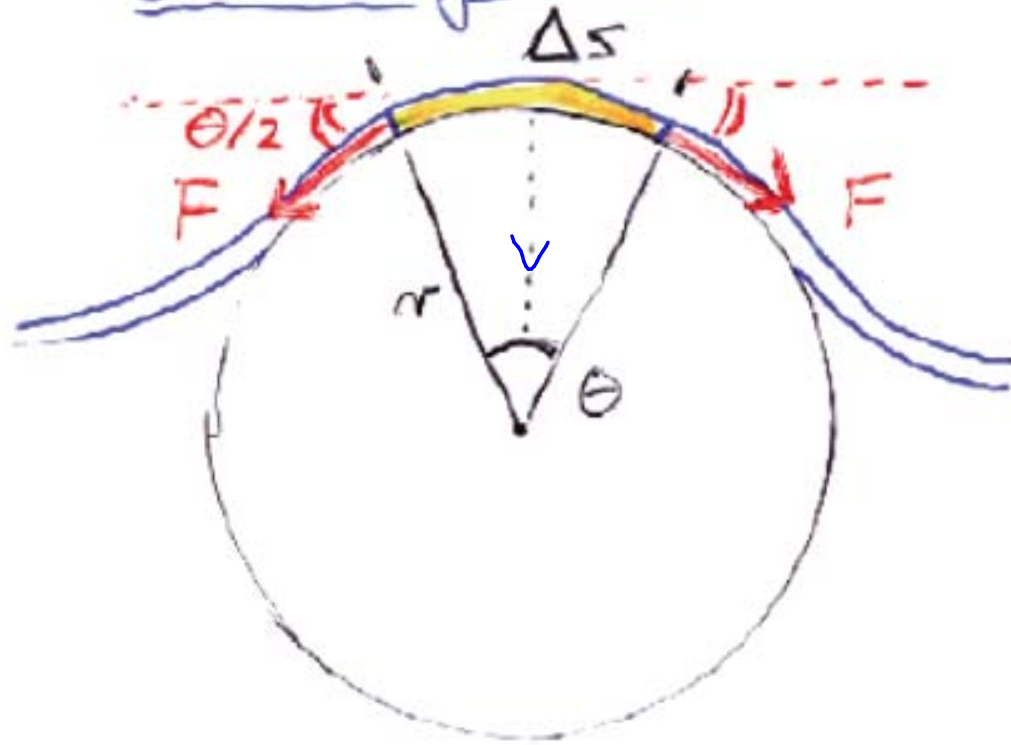
d.h. $v = c$

Ausbreitungsgeschwindigkeit
der Welle

Also
$$v_{\text{saite}} = \sqrt{\frac{F}{m}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \quad \text{mit Spannung } \sigma = F/A$$

Dichte $\rho = m/V$

alternative Herleitung mit Dynamik eines
Saitensegments der Länge $\Delta s = \theta \cdot r$



↑
 'Krümmungsradius'
 Radius eines lokal ein-
 gepassten Kreises

$\vec{F}$ tangential ... $\Rightarrow \frac{\theta}{2}$ zur
 Horizontalen

resultierende radiale Kraft auf Segment:

$$F_r = 2 \cdot F \cdot \sin \frac{\theta}{2} \approx F \cdot \theta$$

für kleine θ !

$$\Delta m = \mu \cdot \Delta S = \mu \cdot r \cdot \Theta \quad ; \quad \text{Massenbelegung} \quad \mu = \frac{m}{L}$$

$$\Delta m = \rho \cdot A \cdot \Delta S = \rho \cdot A \cdot r \cdot \Theta \quad ; \quad A = \text{Querschnitt der Saite}$$

$\rho = \text{Dichte} \quad -11-$

$$\text{Zentripetalbesch.} = \frac{v^2}{r}$$

$$\begin{aligned} \text{Kräftebalance :} \quad F \cdot \cancel{\Theta} &= \Delta m \cdot \frac{v^2}{r} \\ &= \rho \cdot A \cdot \cancel{r \cdot \Theta} \cdot \frac{v^2}{r} \end{aligned}$$

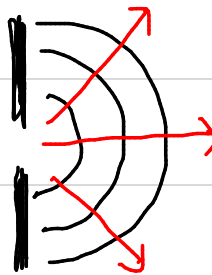
$$\hookrightarrow \underline{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}} \quad \text{mit } \sigma = F/A \text{ Spannung}$$

wie vorher!

Versuche: Stehende Welle an Gummiseil

Auslösung / Addition von (lineare)

Wassermellen
→ 2-dim. Wellenwanne



Phase!

Überall
aufaddiert
↓
wieder
ebene
Welle

Huygenssches
Prinzip

Superposition/Interferenz von Wellen

Betr. harm. Welle: $y_1 = A \cdot \sin(kx - \omega t)$

Amp. | "phase"
harm.

2. Welle: $y_2 = A \cdot \sin(kx - \omega t + \delta)$

Phasenverschiebung $\delta > 0$

Phasendifferenz der Wellen an best. Ort x als Funk. der Zeit:

$$(kx - \omega t_1) - (kx - \omega t_2 + \delta) = \omega(t_2 - t_1) - \delta$$
$$= \omega \cdot \Delta t - \delta$$

gleiche Phase: $\omega \cdot \Delta t - \delta \stackrel{!}{=} 0$

$$\Rightarrow \Delta t = \delta / \omega > 0, t_2 > t_1$$

"2. Welle geht um δ / ω nach"

