

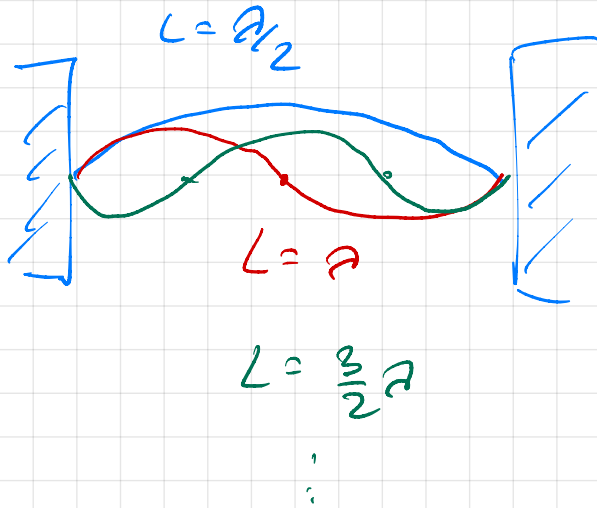
$$A(L, t) = 0 \Rightarrow \sin(k \cdot L) = 0$$

$$k \cdot L = n \cdot \pi \quad n \in \mathbb{N}$$

$$L = \frac{n \cdot \pi}{k}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Rightarrow L = \frac{n \cdot \lambda}{2}$$



$$\lambda_1 = 2L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}$$

$$\lambda_2 = L$$

$$f_2 = 2f_1$$

$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L$$

$$f_3 = 3f_1$$

Experiment : Gitarre und Flauto Töne

7. Vorlesung

Stehende Wellen in 2D

Chladni'sche  
Klangfiguren



7.6 Schallwellen , Dopplereffekt und der Mach-Kegel

Kurze Herleitung der Wellengleichung für Schall

$$\Delta p = \frac{1}{V_{\text{schall}}^2} \frac{\partial p^2}{\partial t^2} \quad \text{Ziel}$$

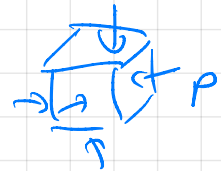
Eulergleichung :  $\frac{d\vec{u}}{dt} = \underbrace{\left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{u}}_{\substack{\propto u^2 \\ \text{nicht linear}}} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p$

Näherung  $\vec{u}$  klein :  $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p$

$\vec{\nabla} \cdot \left( \right)$

$$\vec{\nabla} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \Delta p$$

Aus Elastizitätstheorie :



$$dp = -K \frac{dV}{V}$$

mit  $\rho \cdot V = m = \text{const}$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$\frac{dV}{d\rho} = -\frac{m}{\rho^2}$$

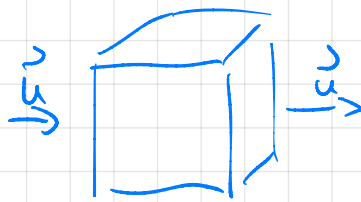
$$\Rightarrow dV = -\frac{m}{\rho^2} d\rho$$

$$\frac{1}{K} = \kappa$$

$$dp = \frac{K m}{V \rho^2} d\rho = \frac{K}{\rho} d\rho = \frac{1}{\kappa \rho} d\rho$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left( \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\kappa \beta} \frac{\partial \beta}{\partial t}$$


 $\frac{\partial \beta}{\partial t} = -\beta \nabla \cdot \vec{u}$ 
 Kontinuitäts equation

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\kappa} \nabla \cdot \vec{u}$$

$\nabla \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\beta} \Delta p$ 
 für fortwährende  $u$ 
 $\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{u} = -\frac{1}{\beta} \Delta p$ 
 ①

$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\kappa} \nabla \cdot \vec{u}$ 
 $\nabla \cdot \vec{u} = -\kappa \frac{\partial p}{\partial t}$ 
 ②

Einsetzen:  $-\frac{1}{\beta} \Delta p = -\kappa \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$

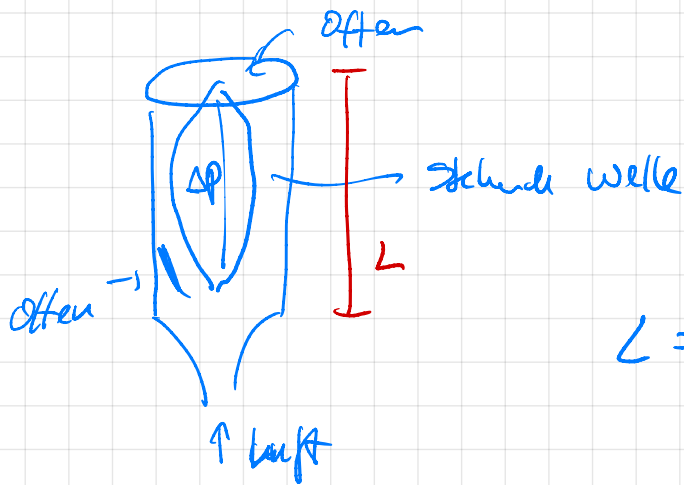
$$\Delta p = \kappa \beta \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

$$\Delta p = \frac{1}{V_{\text{Schall}}^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

$$V_{\text{Schall}} = \sqrt{\frac{1}{\beta \kappa}}$$

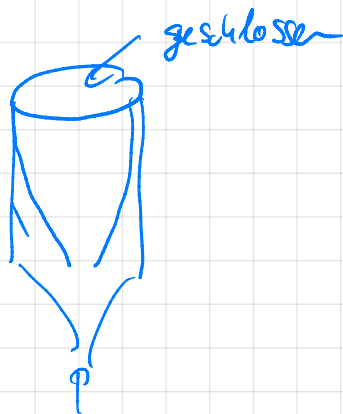
Inhalation von He  $\beta \downarrow$   $V_{\text{Schall}} \uparrow$   $f \uparrow$

# Orgelpfeifen



Am offenen Ende ist  $\Delta p = 0$

$$L = \frac{\lambda}{2} \quad \lambda = 2L \quad f = f_0$$



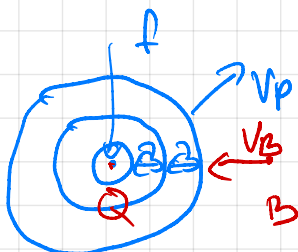
$$L = \frac{\lambda}{4} \quad \lambda = 4L \quad f = \frac{1}{2} f_0$$

Experiment Feuerrohr : Visualisierung von stehenden Schallwellen.

## Dopplereffekt

Was passiert, wenn wir Schallquellen oder Beobachter bewegen?

a) Ruhende Quelle, bewegter Beobachter



$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{v_p}{\lambda} \cdot \frac{t}{t} =$$

Bruchteil der Oszillationsrate

$$\frac{v_p t}{\lambda} \cdot \frac{1}{t}$$

$$f_B = \frac{v_p \cdot t + v_B t}{2} \cdot \frac{1}{t} = f \frac{v_p + v_B}{v_p} = f \left( 1 + \frac{v_B}{v_p} \right)$$

↑

Beobachter bewegt  
sich auf Quelle  
zu

$$f_B = f \left( 1 - \frac{v_B}{v_p} \right)$$

für  $v_B$  in Richtung  
von  $v_p$

b) Sender bewegt sich, Beobachter ruht



$$\lambda_B = \lambda_s - v_s T = \frac{v_p - v_s}{f}$$

"  $v_p \cdot T$

$$f_B = f \cdot \frac{v_p}{v_p - v_s} = \frac{1}{1 - v_s/v_p} f$$

Wie kann man aus dem Doppler-Effekt entscheiden,  
wo sich bewegt.

$$v_s = v_p$$

Schallman

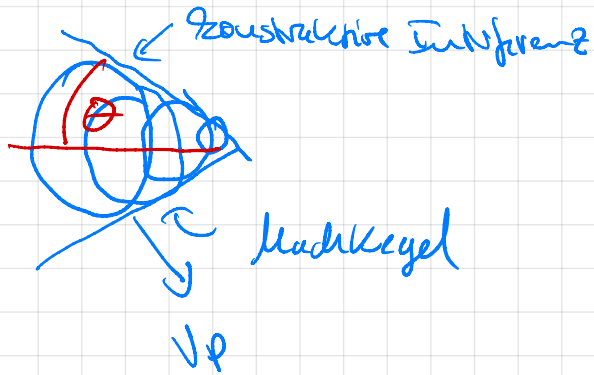


konstruktive Interferenz

Der beobachtete Raum des Fliegens ist klein,  
wenn es ihn erreicht.

$$V_s > V_p$$

Überschall



$$\sin \theta = \frac{V_p}{V_s}$$

nur lösbar für  $V_s > V_p$