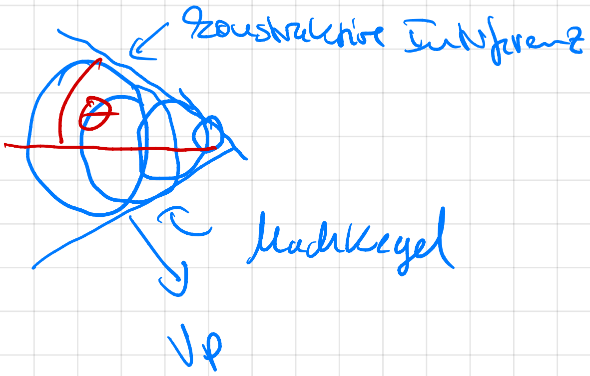
Der Beobachter kann das Flugzeug erst hören, wenn es ihn erreicht.

$V_s > V_p$ Überschall



$$\sin\theta = \frac{V_p}{V_s}$$

nur lösbar für $V_s > V_p$

28. Vorlesung

8. Grenzen der klassischen Mechanik

Alle unsere Gleichungen in der klassischen Mechanik sind relativ einfach zu lösen.

Kennt man die Anfangsbedingungen ($x(t=0)$, $\dot{x}(t=0)$), so lässt sich $x(t)$ (und $\dot{x}(t)$) berechnen.

→ Die Welt ist vollständig deterministisch!

Laplace 1814

Def.: Phasenraum: Der Phasenraum ist der Raum aller Zustände eines mechanischen Systems.

Er beschreibt z.B. die möglichen Positionen $x(t)$ und Geschwindigkeiten/

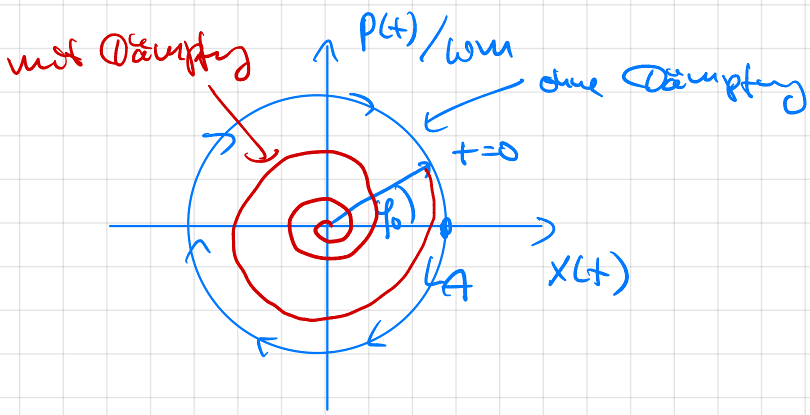
Im Pulse $\quad \dot{x}(t) \;/\; m\cdot\dot{x}(t) = p(t)$.

Beispiel: Harmonischer Oszillator

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\dot{x}(t) = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$$

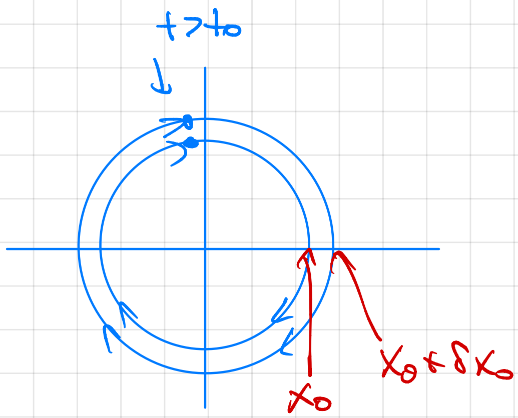
$$p(t) = m\cdot\dot{x}(t)$$



Im Experiment können wir $x_0 = x(t=0)$ und $v_0 = \dot{x}(t=0)$ nicht beliebig genau bestimmen.

$$x_0 = x_0 + \delta x_0 \qquad \delta x_0 \text{ Messungenauigkeit}$$

$$p_0 = p_0 + \delta p_0$$



$\varphi_0 = 0$

Der Abstand der beiden Lösungen im Phasenraum bleibt konstant.

d.h. $\forall t$ und $x(t), \dot{x}(t) \leftarrow x_0$

$x'(t), \dot{x}'(t) \leftarrow x_0 + \delta x_0$

gilt $x(t) - x'(t) \leq \delta x_0$

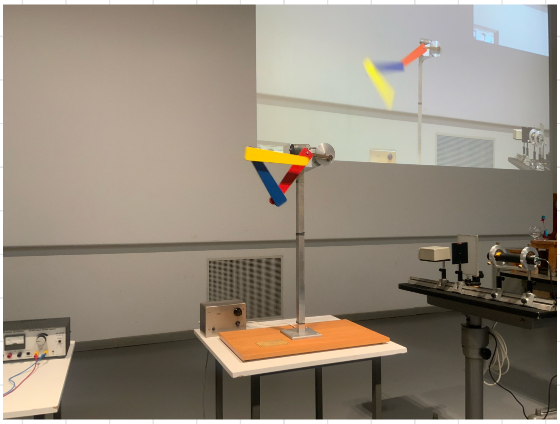
DGL's die eine solche Bedingung erfüllen, nennt man stabile DGL.

„kleine Fehler bei den Anfangsbedingungen führen zu kleinen Fehlern in der zeitlichen Entwicklung!"

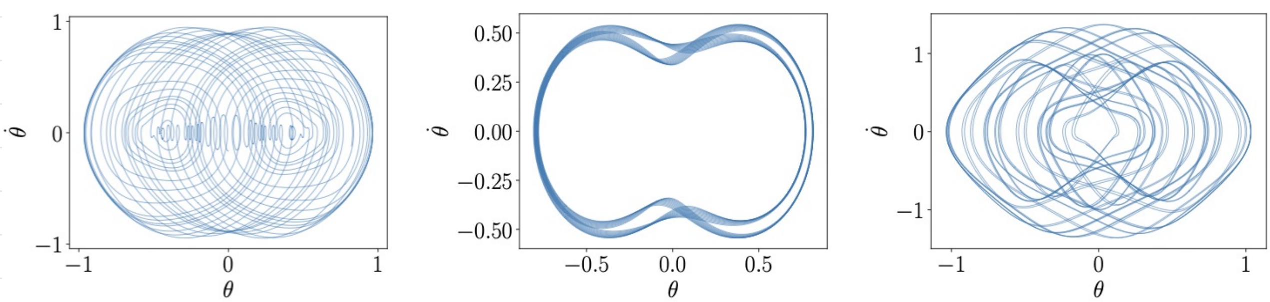
Frage: Verhalten sich alle DGL'S der klassischen Mechanik so?

Versuch: getriebenes Doppelpendel

nicht linear



Kommen wir in die Nähe der Resonanzfrequenz, verhält sich das System „chaotisch"



Hasselmann

Gedankenexperiment: Billiard spiel

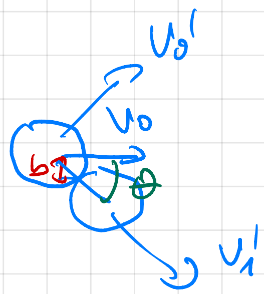
n Billiardkugeln

$v_0 = 70 \frac{cm}{sec}$

Alle Kugeln liegen exakt auf einer Geraden und haben exakt den Durchmesser $d = 7$ cm, die Masse $m = 0.2$ kg und den Abstand 70 cm.

zentralen Stoß $\Rightarrow$ Kugel n fliegt mit v_0 in x-Richtung nach letzten Stoß

Zur Erinnerung: nicht zentraler Stoß

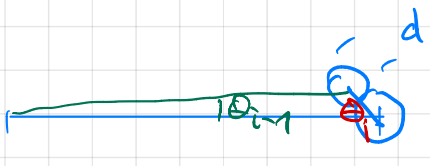


$v_1' \perp v_2'$ $\qquad v_{1x}' \cdot v_{2x}' + v_{1y}' \cdot v_{2y}' = 0$

kleiner Winkel

$v_{2y}' = \sin\theta \cdot |v_2'| = |v_2| \cdot \theta$

$v_{2x}' = |v_2| \cos\theta \approx |v_2|$



$L = 70$ cm

$\sin\theta_i = \frac{b}{d}$

$\sin\theta_{i-1} = \frac{b}{L}$

Θ klein: $\quad \frac{L}{d} = 10 \quad \Theta_4 = 10^4\,\Theta_0$

Billiardspiele $\quad m = 80\,kg \quad r = 1\,m$

$$F_G = G\,\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad G = 6.6\times10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2}$$

$$\Delta V_y = \frac{1}{m_1}\int_0^{1sec.} F_G\,dt = \frac{G \cdot 1s \cdot 80kg}{1m^2} = 5{,}2\times10^{-10}\,m/s$$

$$= 7{,}5\times10^{-10}\,|W_0|$$

$$\Theta_0 \simeq 7.5\times10^{-10}$$

~ Nach 10 Stößen wird $\Theta \simeq 1$

wir verfehlen die 10. Kugel

$m_2 = m_e = 9\times10^{-31}\,kg$ $\quad$ 1 Elektron

$r = 1\times10^{20}\,m$ $\quad$ am Rand des Galaxie

$$\Theta_0 \simeq 8\times10^{-81}$$

$\rightarrow$ $\simeq 80$ Kollision verfehlen wir die Kugel

Praktisch ist die Welt, selbst wenn wir nur lineare ODGLs verwenden, nicht vorhersehbar.

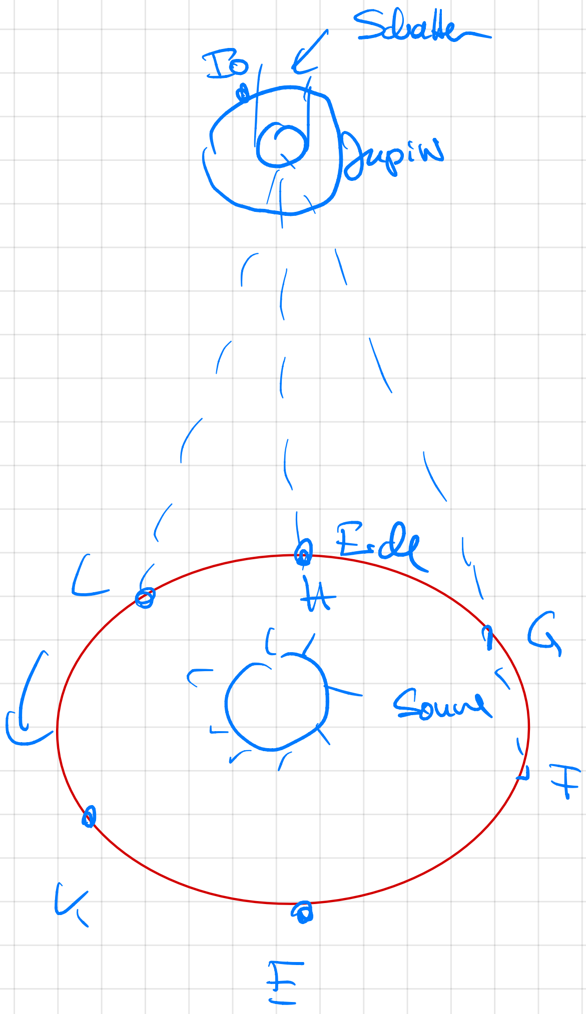
Quantenmechanik: $\quad \Delta X \cdot \Delta p \simeq \frac{\hbar}{2}$

8.2 Relativistische Mechanik

Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit

1676 Ole Rømer

Verfinsterung des Jupitermond Io



T: Periodendauer

T größer

T kleiner

$\Rightarrow \quad c = 212000 \text{ km/s}$

heute: $\quad c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$