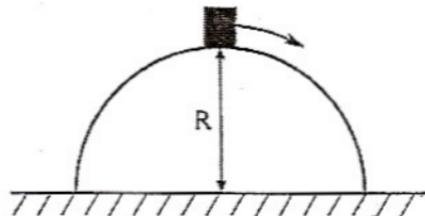


### 1. Aufgabe (3 Punkte)

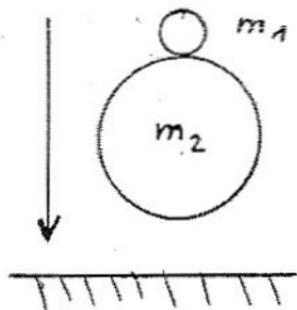
Ein kleiner Körper gleitet reibungsfrei von einer Halbkugel ab (siehe Skizze). Berechnen Sie die Höhe  $h$ , bei der der Körper von der Kugeloberfläche abhebt, und die Geschwindigkeit (Betrag) mit der er den Boden erreicht?



### 2. Aufgabe (6 Punkte)

Aus einer Höhe  $h$  fallen zwei aufeinander liegende Bälle auf den Boden und springen von dort elastisch zurück. Die Masse des oberen Balls beträgt  $m_1$  und die des unteren  $m_2$ . Nehmen Sie an, dass der untere gerade schon zurück springt, wenn der obere noch herunterfällt. Die Balldurchmesser können vernachlässigt werden.

- Berechnen Sie allgemein die Geschwindigkeiten der beiden Bälle nach dem elastischen Stoß in Abhängigkeit von den Massen und den Anfangsgeschwindigkeiten.
- Geben Sie die Geschwindigkeit der Bälle nach dem Stoß in Abhängigkeit von der Höhe  $h$  und den Massen an.
- Welche Höhe  $h_1$  und  $h_2$  erreichen die Bälle? Geben Sie  $h_1$  und  $h_2$  in Abhängigkeit von  $h$  und den Massen an. Was ergibt sich für  $m_2 = 3 m_1$ ?



### 3. Aufgabe (5 Punkte)

Ein dünner Stab mit der Masse  $m_{St}$  und der Länge  $\ell$  ist an seinem oberen Ende beweglich aufgehängt, so dass er frei pendeln kann.

- Berechnen Sie sein Trägheitsmoment  $\theta_{St}$  bezüglich der Aufhängung. *+ bzgl. der Mitte*
- Stellen Sie die Bewegungsgleichung für den frei pendelnden Stab auf im Fall kleiner Auslenkungen. Geben Sie eine Lösung an und berechnen Sie die Schwingungsdauer des Stabes.
- Um die Schwingungsdauer zu vergrößern wird am unteren Ende des Stabes eine Scheibe befestigt. Spielt es dabei eine Rolle, ob die Scheibe starr mit dem Stab verbunden ist, oder sich noch frei (um ihrem Schwerpunkt) drehen kann? Begründen Sie ihre Antwort!

*Schwierig gestellt*

### 4. Aufgabe (7 Punkte)

- Ein Becherglas ist mit ausreichend viel Wasser gefüllt und rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um seine Symmetrieachse. Welche Form nimmt die Wasseroberfläche an? Skizzieren Sie die relevanten Kräfte und leiten Sie den funktionalen Zusammenhang her!  
Hinweis: Die Tangentialkomponente der resultierenden Kraft, die auf ein Massenelement  $dm$  an der Oberfläche wirkt, verschwindet im Gleichgewicht.
- Sie haben Ihre Badewanne mit ausreichend viel Wasser gefüllt. Durch Rühren an der Oberfläche (Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , Radius  $R_0$ ) erzeugen Sie einen Wirbel. Berechnen Sie das Profil des Wirbels für das auslaufende Wasser ohne Berücksichtigung des sinkenden Wasserstandes.

### 5. Aufgabe (6 Punkte)

Wasser wird mit dem Massenstrom  $dm/dt$  durch ein horizontal liegendes Rohr mit dem Querschnitt  $A_1$  gepumpt, das sich auf dem Querschnitt  $A_2$  erweitert. Das Wasser kann hier als ideale Flüssigkeit betrachtet werden. Rechnen Sie jeweils auch die Zahlenwerte aus!

- Welche Strömungsgeschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  hat das Wasser in den beiden Teilen des Rohres?
- Welchen statischen Druck  $p_1$  darf eine Pumpe im engen Rohr höchstens erzeugen, damit aus einer seitlichen Bohrung am weiten Rohr bei einem Außendruck von  $p_0$  kein Wasser austritt?
- Welcher statische Druck und welche Geschwindigkeit würden sich im weiten Rohrstück einstellen, falls das engere Rohrstück (ohne Bohrung, nun mit  $p_{1,oben}$ ) um  $h$  höher liegt als das weitere Rohr?

Zahlenwerte:  $dm/dt = 3 \text{ kg/s}$ ,  $A_1 = 5 \text{ cm}^2$ ,  $A_2 = 75 \text{ cm}^2$ ,  $p_0 = 1 \text{ bar}$ ,  $\rho_{\text{Wasser}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ,  $p_{1,oben} = 0,5 \text{ bar}$ ,  $h = 10 \text{ m}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$