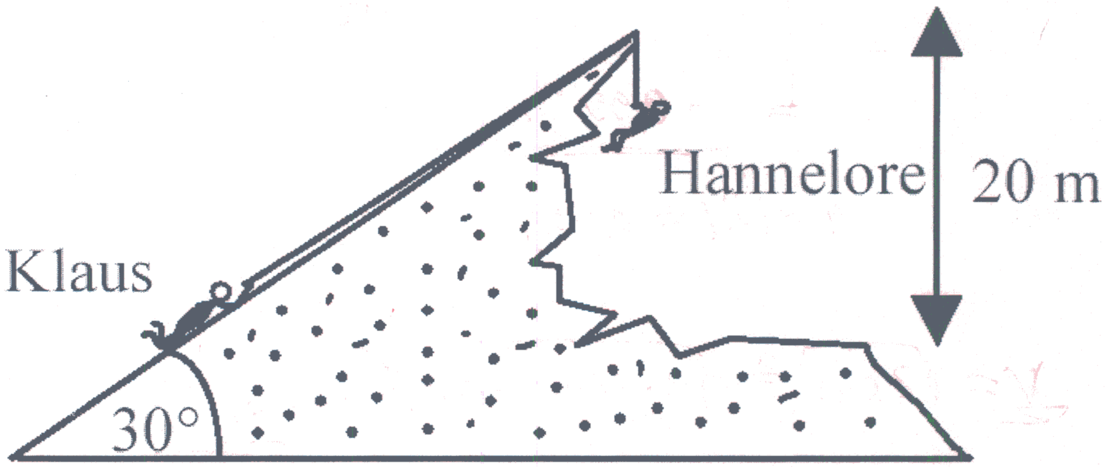
1

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe ~~4~~ 1) **Bergsteiger**

Zwei Bergsteiger, Hannelore (65 kg) und Klaus (85 kg), Bewegen sich auf einem vereisten Grat. Sie sind durch ein masseloses, 30 m langes Seil aneinander gesichert. Durch einen Fehltritt von Hannelore tritt die gezeichnete Notlage ein. Klaus will Hannelore retten und wirft sich um das schlimmste zu verhindern sofort auf den Boden.



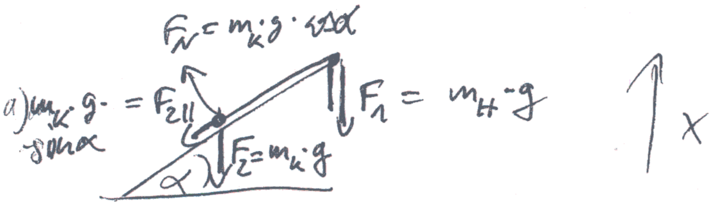
a) Zeichnen sie ein Diagramm mit allen relevanten Kräften.

b) Mit welcher Beschleunigung fällt Hannelore nach unten?

c) Mit welcher Geschwindigkeit trifft sie auf den „rettenden" Vorsprung?

d) Was ändert sich, wenn für Klaus Bewegung auf dem Eishang ein Gleitreibungskoeffizient $\mu_G = 0{,}1$ gilt?

a)



1/2

b) $F_{ges} = (m_H + m_K) \cdot \ddot{x} = F_1 - F_{2\parallel} = -m_H \cdot g + m_K \cdot g \cdot \sin\alpha$ 1

$\ddot{x} = \frac{-m_H \cdot g + m_K \cdot g \cdot \sin\alpha}{m_H + m_K}$ $\Rightarrow$ $a = |\ddot{x}| = \left| \frac{-65kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} + 85kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}}{65 + 85\ kg} \right.$

$\approx \frac{\cancel{228{,}5}}{150} \frac{m}{s^2} \approx 1{,}5 \frac{m}{s^2}$

1/2

c) $s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a}$ (mit $v = a \cdot t$) $t = 5{,}16s$

$\Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot s \cdot a} \mathrel{\hat=} \sqrt{60} \frac{m}{s} \approx 7{,}75 \frac{m}{s}$ 1

d) muß ich noch aufschreiben!!

b.w.

d) $F_{Ges} = (m_H + m_K) \cdot \ddot{x} = - m_H \cdot g + m_K \cdot g \cdot \sin\alpha + \underbrace{m_K \cdot g \cdot \mu_G \cdot \cos\alpha}_{\text{durch Reibung}}$

$$\ddot{x} = g \cdot \frac{(-m_H + m_K(\sin\alpha + \mu_G \cdot \cos\alpha))}{m_H + m_K}$$

$$\hat{=}\ 9{,}81 \frac{m}{s^2} \frac{(-65\,kg + 85\,kg\,(0{,}5 + 0{,}866))}{150\,kg}$$

$$= \underline{\underline{-0{,}99 \frac{m}{s^2}}}$$

$a = |\ddot{x}| = 0{,}99 \frac{m}{s^2}$ 1

$\underline{\underline{v}} = \sqrt{2s \cdot a} \ \hat{=} \ \sqrt{2 \cdot 20\,m \cdot 0{,}99 \frac{m}{s^2}} \approx \underline{\underline{6{,}3 \frac{m}{s}}}$ 1

Physik I (Mechanik) **WS 2006/07**
1. Klausur
Fr. 08.12.2006, 15:15-17:15 Uhr, Gerthsen Hörsaal

2

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 2) An der Eisbahn

An der Eisbahn in Karlsruhe befindet sich eine Gruppe von Erstsemestern. Matthias und Klaus stehen außerhalb der Eisfläche und werfen gemeinsam einen 1 kg schweren Schneebrocken mit einer Geschwindigkeit von $v_S = 54\frac{\text{km}}{\text{h}}$ (15 $\frac{m}{s}$). Stefan (Masse $m_{St} = 74\,\text{kg}$), der auf Schlittschuhen auf der Eisbahn steht, wird von dem Schneebrocken getroffen (eindimensionales Problem).

a) Wie groß ist die Geschwindigkeit von Stefan, wenn der Schneebrocken an ihm kleben bleibt (Reibung wird vernachlässigt) ?

b) Stefan formt aus dem an ihm klebenden Schnee einen Schneeball mit einer Masse von 400 g und wirf diesen mit einer Geschwindigkeit von $v_z = 90\frac{\text{km}}{\text{h}}$ (25 $\frac{m}{s}$) auf Matthias zurück. Wie groß ist die Geschwindigkeit von Stefan nach diesem Wurf?

c) Während Stefan einen zweiten Schneeball (dieses mal 500 g) aus dem an ihm klebenden Material formt, versucht Klaus das Weite zu suchen. Stefan bemerkt dies und wirft den zweiten Schneeball in einem Winkel von 60° zu seiner Bewegungs- und Kufenrichtung mit einer Geschwindigkeit von $v_z = 90\frac{\text{km}}{\text{h}}$ um ihn dennoch zu treffen. Wie groß ist die Endgeschwindigkeit von Stefan? (Stefans Bewegung bleibt weiterhin eindimensional!)

$V_s = 54\,\frac{km}{h} \hat{=} 15\,\frac{m}{s}$; $V_z = 90\,\frac{km}{h} \hat{=} 25\,\frac{m}{s}$

a) Impulserhaltung für total inelastischen Stoß:

1 $m_{S1}\cdot V_s + m_{St}\cdot \underbrace{V_{St}}_{=0} = (m_{S1}+m_{St})\,V_{1} \Leftrightarrow V_{1} = \frac{m_{S1}\cdot V_s}{(m_{S1}+m_{St})} \hat{=} \frac{1kg\cdot 15\frac{m}{s}}{1kg + 74kg} = \underline{\underline{0,2}}$

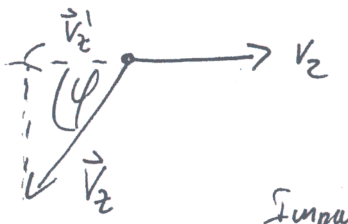
b) Impulsbilanz: $(m_{S1}+m_{St})\cdot V_{1} = (m_{St}+m_{S1}-m_B)\cdot V_2 + m_{B}\,V_z$ 1

2 $\Leftrightarrow V_2 = \frac{(m_{S1}+m_{St})\cdot V_1}{(m_{St}+m_{S1}-m_B)} + \frac{m_B\cdot V_z}{(m_{St}+m_{S1}-m_B)} \hat{=} \left(\frac{75kg\cdot 0,2\frac{m}{s}}{74+1-0,4\,kg}\right) + \left(\frac{0,4kg\cdot 25\frac{m}{s}}{74+1-0,4}\right)$

1 $= \frac{15}{74,6}\frac{m}{s} + \frac{10}{74,6}\frac{m}{s} = 0,201 + 0,134$

$= 0,335\,\frac{m}{s}$

c)



$\varphi = 60° \Rightarrow \cos\varphi = 0{,}5$

$$v_z' = \cos\varphi \cdot v_z \;\hat{=}\; 0{,}5 \cdot 25\,\frac{m}{s} = 12{,}5\,\frac{m}{s}$$ $\frac{1}{2}$

2

Impulsbilanz: $(m_{St} + m_{S1} - m_{B1}) \cdot v_2 = -m_{B2} \cdot v_z' + (m_{St} + m_{S1} - m_{B1} - m_{B2}) \cdot$

$\frac{1}{2}$

$$v_3 = \frac{(m_{St} + m_{S1} - m_{B1})}{(m_{St} + m_{S1} - m_{B1} - m_{B2})} \cdot v_2 + \frac{m_{B2} \cdot v_z'}{(m_{St} + m_{S1} - m_{B1} - m_{B2})} \;\hat{=}\; \frac{74{,}6\,kg}{74{,}1\,kg} \cdot 0{,}335\,\frac{m}{s}$$

$$+ \frac{0{,}5\,kg}{74{,}1\,kg} \cdot 12{,}5\,\frac{m}{s}$$

1

$$= 0{,}337 + 0{,}084 = \underline{\underline{0{,}42}}$$

Physik I (Mechanik) **1. Klausur** Fr. 08.12.2006, 15:15-17:15 Uhr, Gerthsen Hörsaal	**WS 2006/07**
Name:	**Matrikelnummer:** ....

<u>Aufgabe 3)</u>　　**Uranus**

Die Masse des Uranus M_U ist 14,5 mal so groß wie die Erdmasse M_E, der Radius des Uranus R_U ist viermal so groß wie der Erdradius R_E.

a) Wie groß ist die Beschleunigung an der Uranusoberfläche, wenn man von seiner Eigenrotation absieht? Geben sie das Ergebnis in Einheiten der Erdbeschleunigung $g = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ an!

b) Wie viel Energie muß aufgebracht werden, damit eine Raumsonde, die von der Uranusoberfläche startet, das Gravitationsfeld des Uranus verlassen kann? Wie groß ist die minimale Startgeschwindigkeit (Fluchtgeschwindigkeit) der Sonde? Vernachlässigen sie die Gravitationsfelder anderer Planeten und der Sonne. (Erdradius R_E = 6370 km)

a) $r_u = 4\, r_E \;;\; M_u = 14{,}5 \cdot M_E \;;\; g_E = G \cdot \frac{M_E}{R_E^2} \;;\; g_u = G\frac{M_u}{R_u^2}$

2　$g_u = \frac{M_u}{M_E}\left(\frac{R_E}{R_u}\right)^2 \cdot g_E$　1,5

$\Rightarrow g_u = \frac{14{,}5}{1}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 10\frac{m}{s^2} = 9{,}06\frac{m}{s^2}$ [$8{,}89\frac{m}{s^2}$ mit $g_E = 9{,}81\frac{m}{s^2}$]

$\boxed{g_u = \frac{14{,}5}{16}\cdot g_E = 0{,}906 \cdot g_E}$　0,5

b) $\Delta E_{pot} = E_{pot,u}(\infty) - E_{pot,u}(R_u) = G \cdot \frac{m \cdot M_u}{R_u}$　1

3　$g_u = G \cdot \frac{M_u}{R_u^2} \Rightarrow G = \frac{g_u R_u^2}{M_u}$ ersetzen ...

$\boxed{\Delta E_{pot} = m \cdot g_u \cdot R_u}$　1　$m\, G \frac{M_u}{R_u^2}\, R_u$

1　$\frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} \cdot g_u \cdot R_u \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{2 g_u R_u}$; $R_u = 4 \cdot R_E \approx 25480\,\mathrm{km}$

$v_0 = \sqrt{2 \cdot \frac{14{,}5}{16} \cdot g_E \cdot 4 \cdot R_E} = \sqrt{\frac{29}{16} \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 4 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\,m} = 21490\,\frac{m}{s} \approx 21{,}5\,\frac{km}{s}$

[$21{,}3\,\frac{km}{s}$ mit $g_E = 9{,}81\frac{m}{s^2}$]

Physik I (Mechanik) **WS 2006/07**
1. Klausur
Fr. 08.12.2006, 15:15-17:15 Uhr, Gerthsen Hörsaal

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 4) **Aktueller Satellitenstart**

Heute soll mit einer Ariane 5 Rakete u.a. der amerikanische Kommunikationssatellit AMC-18 gestartet werden. Der Satellit mit einer Masse $m_s = 918\,\mathrm{kg}$ wird die Erde auf einer geostationären Bahn in einer Höhe $h = 35790\,\mathrm{km}$ über der Erdoberfläche umkreisen. Bestimmen sie folgende Parameter des Satelliten:

a) Seine potentielle Energie E_{pot}.

b) Seine kinetische Energie E_{kin}.

c) Seine Gesamtenergie E_{tot}.

Gegeben sind:	Gravitationskonstante:	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3/kg \cdot s^2}$
	Erdradius:	$R_E = 6370\,\mathrm{km}$
	Masse der Erde:	$M_E = 5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$

$r = 42160\,km$

a) $E_{pot} = -\frac{G \cdot m_s \cdot M_E}{r}$ $\frac{1}{2}$; $r = R_E + h = 42160\,km$ $\frac{1}{2}$

$$E_{pot} = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot 918\,kg \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\,kg}{42{,}16 \cdot 10^6\,m} = \underbrace{-8{,}685 \cdot 10^9\,\frac{kg\,m^2}{s^2}}_{J} \quad 1$$

Bezug R_E: $4{,}88 \cdot 10^{10}\,J$

b) $F_Z = -\frac{G \cdot m_s \cdot M_E}{r^2} = m_s \cdot a_Z = -\frac{m_s v^2}{r}$ 1

$\Leftrightarrow v^2 = \frac{G M_E}{r}$ $\frac{1}{2}$ $v = 3075\,\frac{m}{s}$

$\frac{1}{2} m v^2 = E_{kin} = \frac{G M_E \cdot m_s}{2r} = -\frac{1}{2} E_{pot} = +4{,}342 \cdot 10^9\,J$ $\frac{1}{2}$

c) $E_{tot} = E_{pot} + E_{kin} \overset{\frac{1}{2}}{=} E_{pot} + (-\frac{1}{2} E_{pot}) = \frac{1}{2} E_{pot}$ $\frac{1}{2}$

$E_{tot} = -4{,}342 \cdot 10^9\,J$ $\frac{1}{2}$

b) $v = \frac{2\pi(R_E + h)}{86400\,s}$

$F_G = \frac{G\, m\, M_E}{(R_E + h)^2} = \frac{G M_E}{R_E^2} m = g\, m$

Physik I (Mechanik)
1. Klausur
Fr. 08.12.2006, 15:15-17:15 Uhr, Gerthsen Hörsaal

WS 2006/07

Name: .... Matrikelnummer: ....

Aufgabe 5) **Fahrrad**

Ein Fahrrad bremst gleichmäßig von einer Geschwindigkeit $v_0 = 18\frac{\text{km}}{\text{h}}$ über eine Strecke von 110 m bis zum Stillstand ab. Die Räder des Fahrrades haben einen Außendurchmesser von 70 cm.
Berechnen sie:

1 a) Die Winkelgeschwindigkeit ω_0 der Räder zu Beginn des Bremsvorganges.

1 b) Die Anzahl der Umdrehungen der Räder während des Bremsvorganges bis zum Stillstand.

2 c) Die Winkelbeschleunigung α der Räder während des Bremsvorganges. (Gehen sie dabei analog zur geradlinigen Bewegung vor, wobei der Winkel φ der Koordinate r entspricht. Es sei $\varphi(0) = 0$.)

1 d) Die Zeitdauer t des Bremsvorganges.

$18\frac{km}{s} = 5\frac{m}{s}$

a) Winkelgeschwindigkeit der Räder: $\omega_0 = \frac{v_0}{r} \hat{=} \frac{5\frac{m}{s}}{0{,}35m} \approx 14{,}3\ s^{-1}$

b) Anzahl der Radumdrehungen: $n = \frac{l}{2\pi r} = \frac{110m}{2\pi \cdot 0{,}35} \approx 50$

0,5 Formel
0,5 Ergebnis

c) Winkelbeschleunigung (analog zur geradlinigen Bewegung)

aus $\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot t$ 0,5 $[v(t) = v_0 + a \cdot t]$
und $\varphi(t) = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $[r(t) = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2;\ r_0 \text{ und } \varphi_0 = 0]$

$$\Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\varphi$$

$$\alpha = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} = \frac{0 - (14{,}3)^2\ s^{-2}}{2 \cdot 2\pi \cdot 50} \approx -\frac{204{,}5}{628{,}3} = -0{,}325\ s^{-2}$$

d) ~~Zeit~~ bis ~~zum~~ Stillstand:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t \Leftrightarrow t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} \hat{=} \frac{0 - 14{,}3\ s^{-1}}{-0{,}325\ s^{-2}} = 44s$$

Physik I (Mechanik) **WS 2006/07**
1. Klausur
Fr. 08.12.2006, 15:15-17:15 Uhr, Gerthsen Hörsaal

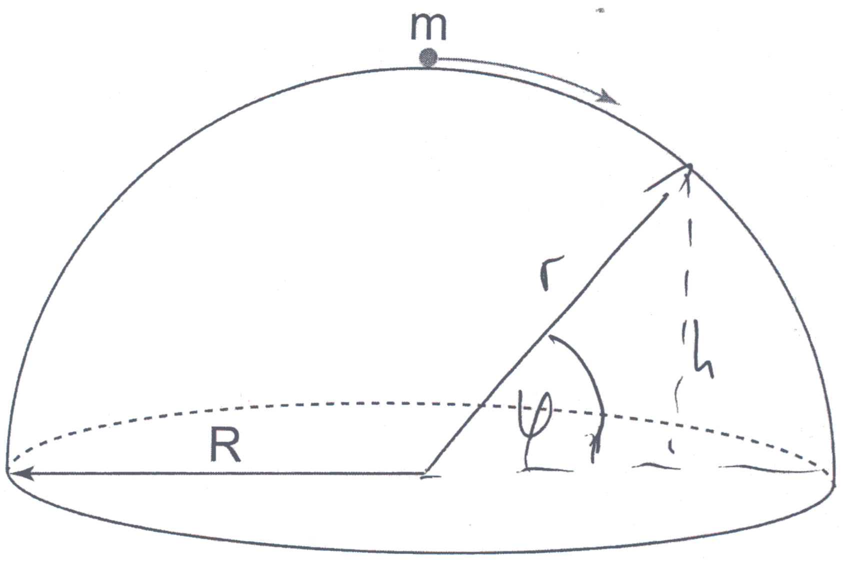
Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 6) Masse auf Halbkugel

Ein Teilchen der Masse m liegt auf dem „Nordpol“ einer reibungslos glatten Halbkugel mit dem Radius $R = 4\,\mathrm{m}$. Das Teilchen gleite an der Oberfläche der Halbkugel hinab.

a) Wie groß ist die Geschwindigkeit v_L des Teilchens, wenn es sich von der Oberfläche der Kugel löst? ~~0,5~~ 4

b) In welcher Höhe h löst sich das Teilchen von der Oberfläche der Kugel ? (~~0,5~~) 1



a) Ablösegeschwindigkeit: Normalkraft: $\vec{N} = -m \cdot g \cdot \sin\varphi\, \vec{e}_r$ 0,5
Zentrifugalkraft: $\vec{Z} = \frac{mv^2}{R} \cdot \vec{e}_r$

Ablösebedingung: $\vec{N} + \vec{Z} = 0 \Leftrightarrow -m \cdot g \cdot \sin\vartheta + \frac{mv^2}{R} = 0$ 1

Energiesatz: $E_{Ges} = E_{kin} + E_{pot} = m \cdot g \cdot R = \frac{1}{2} m v^2 + m \cdot g \cdot h$ 1

$\Leftrightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot (R - h) = 2gR(1 - \sin\varphi)$

in Ablösebedingung: $0 \overset{!}{=} N + Z = -mg\sin\varphi + \frac{m 2gR(1-\sin\varphi)}{R} = 2mg(1-\sin\varphi) - mg\sin\varphi$

$\Rightarrow \quad 2(1-\sin\varphi) = \sin\varphi \Leftrightarrow 2 = 3\sin\varphi \Leftrightarrow \underline{\sin\varphi = \frac{2}{3}}$ 0,5

Ablösegeschwindigkeit:

$$v^2 = 2gR(1-\sin\varphi) = 2gR\left(1-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}gR$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2}{3}gR} \mathrel{\hat{=}} \sqrt{\frac{2}{3}\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 4m} = \underline{\underline{5{,}11\,\frac{m}{s}}}$$ 1.

b) Höhe bei Ablösung:

$$v^2 = 2g(R-h) \Leftrightarrow h = -\frac{v^2}{2g} + R = -\frac{2}{3}gR\cdot\frac{1}{2g} + R = \frac{2}{3}R$$

$$\mathrel{\hat{=}} \underline{\underline{2{,}67\,m}}$$ 1