1. Klausur zur Einführung in die Physik I (Mechanik) WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 1: *Multiple Choice* (7 Punkte)

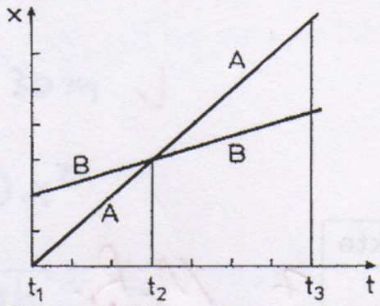
Welche Aussagen treffen zu (mehr als eine Antwort kann zutreffen):

Einheiten, denn: $P = \frac{dW}{dt}$

$[P] = \left[\frac{W}{t}\right] = \left[\frac{F \cdot s}{t}\right] = \left[\frac{m \cdot a \cdot s}{t}\right]$ 1

a. Ordnen sie der Größe Leistung die zutreffende Einheit zu!
   - (i) $kg \cdot m \cdot s^{-2}$
   - (ii) $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
   - (iii) $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
   - (iv) $kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
   - (v) $kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$

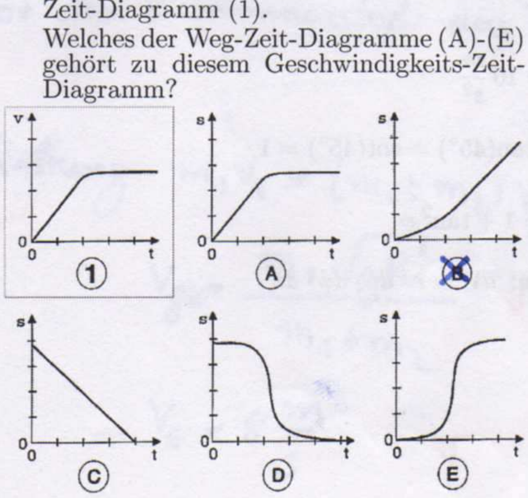
b. Zwei Fahrzeuge A und B werden hinsichtlich ihres Bewegungsablaufs auf einer geraden Bahn beobachtet. Aus den zu den Zeiten t_1 bis t_3 erreichten Orten x wird das folgende Diagramm gewonnen:



Es ist wie folgt zu interpretieren!
   - (i) Zum Zeitpunkt t_2 haben beide Fahrzeuge die gleiche Geschwindigkeit
   - (ii) Zum Zeitpunkt t_1 ist die Geschwindigkeit von B größer als die von A
   - (iii) Zum Zeitpunkt t_3 ist die Geschwindigkeit von A größer als die von B
   - (iv) Beide Fahrzeuge haben nirgends im Zeitintervall t_1 bis t_3 die gleiche Geschwindigkeit
   - (v) Beide Fahrzeuge haben im Zeitintervall t_1 bis t_3 eine konstante Geschwindigkeit

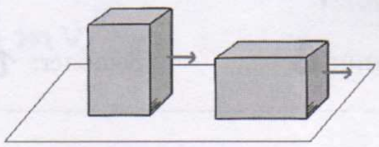
1

c. Gegeben sei das folgende Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm (1).
   Welches der Weg-Zeit-Diagramme (A)-(E) gehört zu diesem Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm?



1

d.



Um die Kiste über den Boden zu schieben, stellt man sie aufrecht. Der Kraftaufwand wird dann
   - (i) kleiner
   - (ii) größer
   - (iii) gleich
   - (iv) kommt auf den Untergund an.
   - (v) Keine Aussage möglich.

1

e. Ein Körper wird in der Luft aus der Ruhe senkrecht fallen gelassen. Welche der folgenden Größen nimmt während des Falls **nicht** zu?
   - (i) Geschwindigkeit
   - (ii) Impuls
   - (iii) potentielle Energie
   - (iv) kinetische Energie

1

f. Welche mechanischen Erhaltungssätze gelten bei Stößen auf einer Luftkissenbahn? Bitte Aufzählen!
   - (i) Beim elastischen Stoß. Impuls + Energie
   - (ii) Beim unelastischen Stoß. Impuls

1

g. Das Trägheitsmoment eines Körpers
   - (i) ist dichteabhängig.
   - (ii) kann nur für symmetrische Körper bestimmt werden.
   - (iii) ist, einmal berechnet, für alle Achsen dasselbe.
   - (iv) Um den Steinerschen Satz anzuwenden, muss der Schwerpunkt bekannt sein.
   - (v) Trägheitsmomente sind additiv.

1

1. Klausur zur Einführung in die Physik I WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 2: *Schiefer Frosch Sprung* (7 Punkte)

Ein grüner Frosch springt mit der Geschwindigkeit v_0 unter dem Winkel ϕ zur Erdoberfläche ab. (Corioliskraft nicht beachten, g ist konstant, keine Reibung)

a. Geben Sie das Weg-Zeit-Gesetz $x(t)$ (horizontal), $z(t)$ (vertikal) als Funktion des Neigungswinkels ϕ und der Geschwindigkeit v_0 an.

b. Geben Sie die Bahnkurve $z(x)$ als Funktion des Neigungswinkels ϕ und der Geschwindigkeit v_0 an.

c. Wie groß muß der Absprungwinkel ϕ des Frosches bei vorgegebener Anfangsgeschwindigkeit v_0 sein, wenn ein Zielpunkt (x_1, z_1) erreicht werden soll. Erreicht der Frosch den Punkt $x_1 = 10\,\text{m}$, $z_1 = 5\,\text{m}$ bei einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 1\,\text{m/s}$? Lösen Sie die Gleichung nach $\tan\phi$ auf.

a)

$$v_x(t) = v_0 \cos\phi \qquad v_z(t) = -gt + v_0 \sin\phi$$

$$x(t) = v_0 \cos\phi \cdot t \qquad z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\phi \cdot t$$

b)

$$x = v_0 \cos\phi \; t$$

$$\Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\phi}$$

Einsetzen in $z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\phi \; t$

$$\Rightarrow z(x) = -\frac{x^2 g}{2 v_0^2 \cos^2\phi} + v_0 \frac{x}{v_0 \cos\phi} \sin\phi$$

$$z(x) = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\phi} x^2 + \tan\phi \cdot x$$

$$z(x) = -\frac{g}{2 v_0^2} x^2 - \frac{g}{2 v_0^2} \tan^2\phi \; x^2 + \tan\phi \; x$$

c) $P(x_1, z_1)$

$$z_1 = -\frac{g}{2 v_0^2} x_1^2 - \frac{g}{2 v_0^2} \tan^2\phi \; x_1^2 + \tan\phi \; x$$

$$0 = -\frac{g}{2 v_0^2} x_1^2 \tan^2\phi + x_1 \tan\phi - \left(\frac{g}{2 v_0^2} x_1^2 + z_1\right.$$

$$\Rightarrow \tan\phi_{1/2} = \frac{-x_1 \pm \sqrt{x_1^2 - \frac{g}{2 v_0^2} x_1^2 \left(\frac{g}{2 v_0^2} x_1^2 + z_1\right) \cdot}}{-\frac{g}{v_0^2} x_1^2}$$

Die Diskriminante muss ≥ 0 sein, wenn er den Punkt erreichen kann.

→ Zusatzblatt

$$\tan\phi_{1/2} = \frac{v_0^2}{g x_1} \mp \frac{v_0^2}{g x_1} \sqrt{1 - \frac{g^2 x_1^2}{v_0^4} - 2 z_1 \frac{g}{v_0^2}}$$

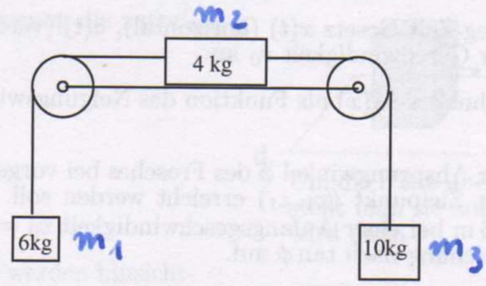
$$\Rightarrow \phi_{1/2} = \tan^{-1}\left(\frac{v_0^2}{g x_1} \mp \frac{v_0^2}{g x_1} \sqrt{1 - \frac{g^2 x_1^2}{v_0^4} - 2 z_1 \frac{g}{v_0^2}}\right)$$

7P

1. Klausur Einführung in die Physik I WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 3: *Klötze und Rollen* (7 Punkte)



Betrachten Sie das Systeme in der obigen Abbildung. Die Schnur sei inelastisch und habe eine vernachlässigbare Masse. Es treten keine Reibungskräfte auf.

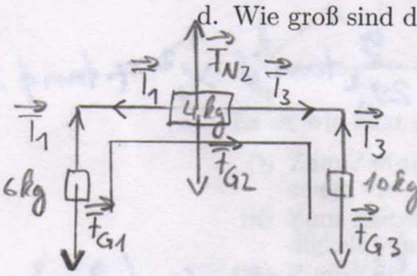
a. Zeichnen Sie Ihre eigene Version der Abbildungen inklusive aller auf die Massen wirkenden Kräfte.

b. Geben Sie die Bewegungsgleichungen für die drei Klötze an.

c. Wie groß ist die Beschleunigung des 10 kg Klotzes?

d. Wie groß sind die während der Bewegung wirkenden Seilkräfte?

a)



✓

Es ist $|a_1| = |a_2| = |a_3|$ ✓

b) $-m_3 a = -m_3 g + T_3$ ✓ (Klotz 3)

$m_2 a = T_3 - T_1$ ✓ (Klotz 2)

$m_1 a = -m_1 g + T_1$ ✓ (Klotz 1)

c) Die Beschleunigung der 3 Massen ist gleich (betragsmäßig)

$$a = \frac{F}{m_1+m_2+m_3} = \frac{m_3 g - m_1 g}{m_1+m_2+m_3}$$ ✓

$$a = \left(\frac{100-60}{20}\right)\frac{m}{s^2} = 2\frac{m}{s^2}$$

$\Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$ ✓

d) $T_3 = -m_3 a + m_3 g$

$T_3 = -20N + 100N$

$T_3 = 80N$ ✓

$T_1 = m_1 a + m_1 g$

$T_1 = 12N + 60N = 72N$ ✓

7/7

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 4: *Rasante Schlittenfahrt* (11 Punkte)

Ein Schlitten der Masse $m_1 = 1000kg$ gleitet reibungsfrei einen $\varphi = 45^o$ steilen Hang hinunter und auf halber Höhe $\frac{h}{2}$ über einen Hügel mit Höhe und Radius $R = 10m$.

a. In welcher Höhe h darf die Startposition höchstens liegen, damit der Bodenkontakt an der höchsten Stelle des Hügels gewahrt bleibt? (*Zur Kontrolle:* Geschwindigkeit v_1 des Schlittens der Masse m_1 auf der Kuppe ist $v_1 = \sqrt{g \cdot R}$)

b. Beim jahrmarktähnlichen Schlittenhängen werden unten große Federn aufgestellt. Um welche Strecke x wird eine solche ideale Feder mit der Federkonstanten $k = 6000\frac{N}{m}$ am Ende der Fahrt gestaucht?

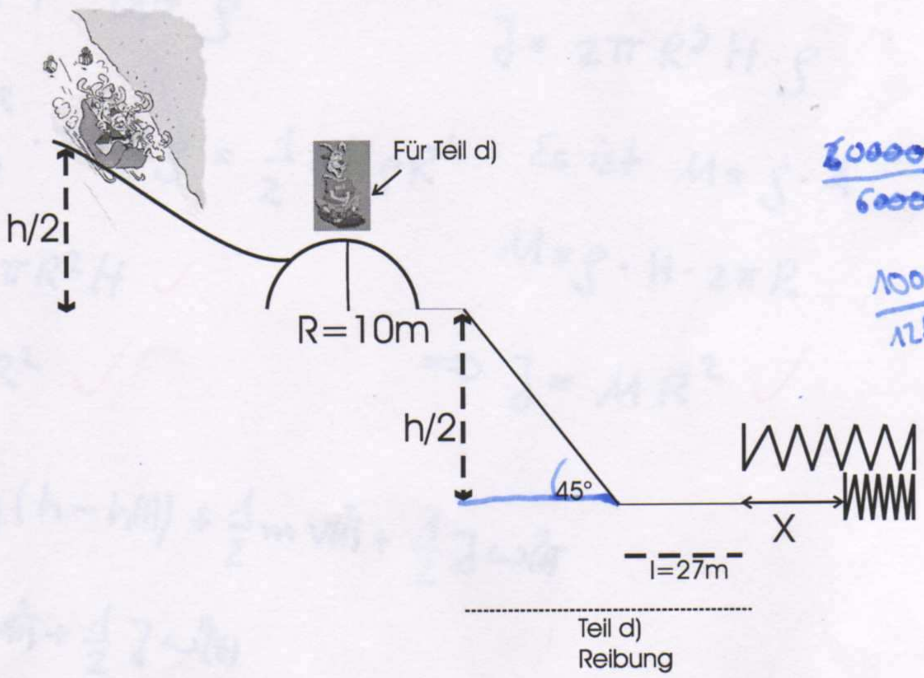
c. Wie hoch schießt die Feder den Schlitten wieder?

d. Reibung und Crash (siehe Zusatznotiz): Der Schlitten gleitet nun aus der Höhe h zunächst *reibungsfrei* auf den Hügel und stößt auf dem höchsten Punkt mit einem stehenden Schlitten der Masse $m_2 = 250kg$ zusammen. Die beiden Schlitten verkeilen sich und gleiten *nun mit Reibung* (Gleitreibungskoeffizient $\mu = 0.1$) gemeinsam (also als *ein* Körper) zur Feder hinab.

(i) Geben Sie die Formel für die Geschwindigkeit v_{ges} der verkeilten Schlitten direkt nach dem Zusammenprall (also noch auf der Kuppe) an.

(ii) Geben Sie die Formel für die Reibungsenergie auf dem schrägen und auf dem ebenen Stück an.

(iii) Wie weit wird die Feder jetzt gestaucht?



$\frac{20000 \cdot 10}{6000}$

$\frac{10000}{1250} = 8$

Notiz zum Aufgabenteil d. Die Reibung wird nur am Auslaufhang und auf dem danach folgenden, waagerechten Auslaufstück (Länge $l = 27m$) berücksichtigt, der Hügel selbst und der erste Abhang werden immer noch reibungsfrei angenommen (da sehr stark vereist). Die Übergänge zum und vom Hügel sollen nicht beachtet werden.

1. Klausur zur Einführung in die Physik I WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 5: *Trägheitsmoment und Rotationsenergie* (12 Punkte)

Ein Voll- und ein Hohlzylinder (vernachlässigbarer Wandstärke) der Masse M, Radius R und Höhe h fangen aus der Ruhe an, eine Ebene hinab zu rollen, ohne dabei zu rutschen. Die Ebene habe einen Winkel α zur Horizontalen.

a. Zeigen Sie, daß das Trägheitsmoment I eines Vollzylinders durch $I_{VZ} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$ gegeben ist, während für einen Hohlzylinder $I_{HZ} = M \cdot R^2$ gilt.

b. Verwenden Sie die Energieerhaltung, um zu zeigen, daß die Geschwindigkeit der Zylinder gegeben ist durch:

$$\dot{s}(t) = \frac{1}{(a+1)} \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot t \quad \text{mit} \quad a = \frac{I}{M \cdot R^2}$$

c. Berechnen Sie die nach 2 Sekunden zurückgelegte Strecke, wenn der Neigungswinkel $\alpha = 30°$ beträgt. Welcher Zylinder ist schneller und warum?

Vollzylinder

a) $J = \int_0^H \int_0^R \int_0^{2\pi} r^2 \cdot r \, dr \, d\varphi \, dz \cdot \rho$

$J = \int_0^R 2\pi H r^3 \, dr \, \rho$

$J = \left[\frac{1}{4} r^4\right]_0^R \cdot 2\pi H \rho = \frac{1}{2} \pi H \rho R^4$

Es ist $M = \rho \cdot \pi R^2 H$ ✓

$\Rightarrow J = \frac{1}{2} M R^2$ ✓

Hohlzylinder:

$J = \int_0^H \int_0^{2\pi} R^2 \cdot R \, d\varphi \, dz \cdot \rho$ ✓

$J = 2\pi R^3 H \cdot \rho$

Es ist $M = \rho \cdot A$

$M = \rho \cdot H \cdot 2\pi R$

$\Rightarrow J = M R^2$ ✓

b) $mgh = mg(h - h(t)) + \frac{1}{2} m v_{(t)}^2 + \frac{1}{2} J \omega_{(t)}^2$

$mgh(t) = \frac{1}{2} m v_{(t)}^2 + \frac{1}{2} J \omega_{(t)}^2$

$2gh(t) = v_{(t)}^2 + \frac{J \omega_{(t)}^2}{m}$

$2gh(t) = v_{(t)}^2 + \frac{J v_{(t)}^2}{m R^2}$ ✓

$\Rightarrow 2gh(t) = v_{(t)}^2 (1 + a) \Rightarrow$ Zusatzblatt b)

$\sin\alpha = \frac{h_1}{s}$

$h(t) = s(t) \cdot \sin\alpha$

$\Rightarrow \quad 2g\, s(t) \sin\alpha = v(t)^2 (1+a)$ ✓

Differenzieren liefert:

$2g\, \dot{s}(t) \sin\alpha = 2\, v(t) \cdot a(t)\, (1+a)$

$2g \sin\alpha = 2 a(t) (1+a)$

$a(t) = g \sin\alpha \frac{1}{1+a}$ ✓

Integrieren

$v(t) = \dot{s}(t) = \int_0^t a(t)\, dt = g \sin\alpha \frac{1}{1+a}\, t$ ✓

c) $s(t) = \int_0^t v(t)\, dt = \frac{1}{2} g t^2 \sin\alpha \frac{1}{1+a}$

Vollzylinder: $s(2s) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{2}}\, m$

$= \frac{20}{3}\, m = 6\frac{2}{3}\, m$ ✓

Hohlzylinder: $s(2s) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{1+1}\, m$

$= 5m$ ✓

Der Vollzylinder ist schneller, da er das kleinere Trägheitsmoment besitzt, d. h. ein größerer Anteil der Höhenenergie kann in kinetische Energie umgewandelt werden ✓

12P

Andreas Kapovari

zu ②

c) Untersuchung der Diskriminante:

$$\sqrt{1-\frac{g^2 x_1^2}{v_0^4}-2z_1\frac{g}{v_0^2}} = \sqrt{1-\frac{1000}{1}-2\cdot 5\frac{10}{1}} < 0$$

⇒ Der Frosch kann diesen Punkt nicht erreichen, egal welchen Winkel er wählt. ✓

benes Stück: $F_R = \mu F_N = \mu (m_1+m_2) g \Rightarrow W_R = \mu (m_1+m_2) g \cdot l$ ✓

Schräges Stück: $F_R = \mu \cdot F_N = \mu (m_1+m_2) g \cos\alpha \Rightarrow W_R = \mu \cdot g (m_1+m_2) \cos\alpha \cdot \frac{h}{2\sin}$

$\Rightarrow W_R = \mu g (m_1+m_2) \frac{h}{2} \cot\alpha$ ✓

(iii)

Energiebetrachtung

$$(m_1+m_2) g \left(\frac{h}{2}+R\right) + \frac{1}{2}(m_1+m_2) v_{ges}^2 = \frac{1}{2} D x^2 + W_{R\,ges}$$ ✓

$$(m_1+m_2) g \cdot 2{,}5R + \frac{(m_1+m_2)}{2} \frac{m_1^2 g R}{(m_1+m_2)^2} = \frac{1}{2} D x^2 + W_{R\,ges}$$

$\sin\alpha = \frac{\frac{h}{2}}{s}$

$s = \frac{h}{2\sin\alpha}$

$(\alpha = 45°)$

2/2

$$5gR(m_1+m_2) + \frac{m_1^2 g R}{(m_1+m_2)} = D x^2 + 2\left(\mu (m_1+m_2) g l + \mu (m_1+m_2) g \cos\alpha \cdot s\right)$$

$$5gR(m_1+m_2) + \frac{m_1^2 g R}{m_1+m_2} = D x^2 + 2\mu g (m_1+m_2)\left[l + \cot\alpha \frac{h}{2}\right]$$

$$\sqrt{g(m_1+m_2)\left[5R - 2\mu\left(l + \cot\alpha \frac{h}{2}\right)\right] + \frac{m_1 g R}{m_1+m_2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{D}} = x$$

Einsetzen der Werte (in die Anfangsgleichung, die letzte Gleichung war schwieriger auszurechnen)

$$(m_1+m_2) g \left(\frac{h}{2}+R\right) + \frac{1}{2}(m_1+m_2) v_{ges}^2 = \frac{1}{2} D x^2 + W_{R\,ges}$$

$$\sqrt{\frac{12500 \cdot 25}{3000} + \frac{1250 \cdot 64}{2 \cdot 3000} - \frac{1250 \cdot 27 + 1250 \cdot 1 \cdot 15}{3000}} \cdot m = x$$

$$\sqrt{\frac{125 \cdot 5}{6} + \frac{1250 \cdot (32 - 27 - 15)}{3000}}\; m = x$$

$$x = \sqrt{\frac{625}{6} - \frac{125 \cdot 10}{300}}\; m$$

$$x = \sqrt{\frac{625}{6} - \frac{25}{6}}\; m \Rightarrow x = 10\,m$$ ✓

2/2

11/11

Andreas Kapuvari

④ a) Die Zentripetalkraft darf maximal der Gewichtskraft entsprechen.

$F_Z = F_G$

$\frac{mv_1^2}{R} = mg$

$v_1 = \sqrt{gR}$ ✓

Energiebetrachtung: $mgh = mg\left(\frac{h}{2} + R\right) + \frac{1}{2} m v_1^2$

$h = \frac{h}{2} + R + \frac{v_1^2}{2g}$

$\frac{h}{2} = R + \frac{gR}{2g}$

$h = 3R \Rightarrow h = 30\,m$ ✓

2/2

b) $mgh = \frac{1}{2} D x^2$

$x = \sqrt{\frac{2mgh}{D}}$

$x = 10\,m$ ✓

2/2

c) Da keine Reibung vorhanden ist und auch sonst keine Energie verloren geht erreicht der Schlitten wieder die Ausgangshöhe h (= 30 m)

✓ 1/1

d)(i) Geschw. vor dem Zusammenstoß: aus Teil a)

$v_1 = \sqrt{gR}$

Impulserhaltung $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_{ges}$

$v_{ges} = \frac{m_1 \sqrt{gR}}{m_1 + m_2}$ ✓

$v_G = 8\,\frac{m}{s}$ ✓

2/2

⇒