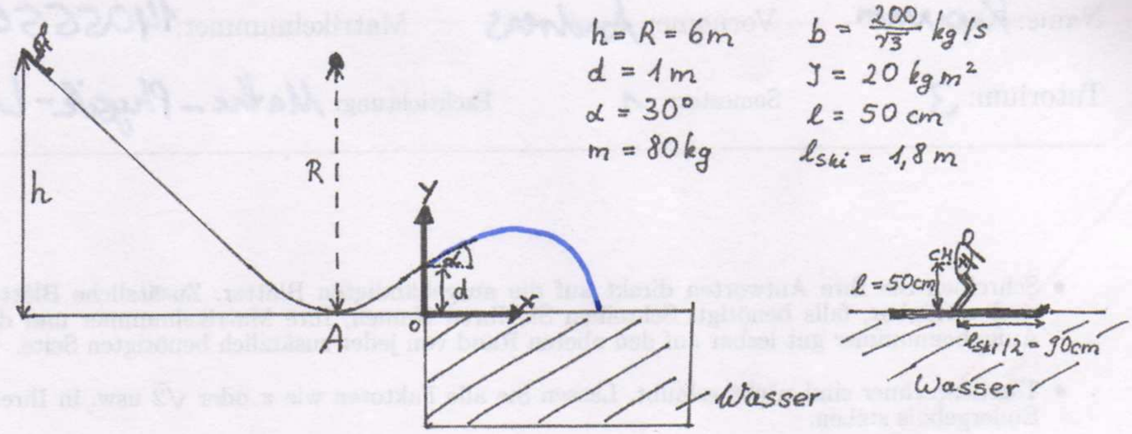
2. Klausur zur Einführung in die Physik I (Mechanik) WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 1: *Skispringen* (11 Punkte)



Stefan fährt reibungsfrei die Schanze runter und den kleinen Schanzentisch hoch und landet schließlich im Wasser.

a. Wie groß ist Stefans Geschwindigkeit unten in der Mulde A mit Krümmungsradius R?

b. Wie groß ist die Kraft, die er dort verspürt und in welche Richtung wirkt sie?

c. Wie weit fliegt er in x-Richtung, bis er im Wasser landet? Vernachlässigen Sie hierbei die Reibung.

d. Nehmen Sie an, dass bei der Landung Stefans Schwerpunkt senkrecht über den Skiern ist und die Skier parallel zur Wasseroberfläche gerichtet sind.
Wie groß ist das auf den Schwerpunkt wirkende Drehmoment nach Eintritt der Skier ins Wasser ($\vec{F}_R = -b\vec{v}$)?

e. Mit welcher Kraft werden die Skispitzen aufgrund des wirkenden Drehmoments nach unten gedrückt?

f. Um welchen Winkel hat sich Stefan unter der Annahme eines konstant bleibenden Drehmoments nach $t = 0,1\,\mathrm{s}$ gedreht?

$M = \vec{F} \times \vec{r}$

$\frac{120}{6} = 20 \cdot 80$

1600

$20 \cdot 5$

2. Klausur zur Einführung in die Physik I WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Rechnung zu Aufgabe 1:

① a) $mgh = \frac{1}{2}mv^2$

$\Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

$v = \sqrt{120}\,\frac{m}{s}$ ✓

b) Die Kraft wirkt nach unten. ✓ Er spürt Zentripetal- und Gewichtskraft. ✓

$F_{ges} = F_G + F_Z$

$F_{ges} = mg + \frac{mv^2}{r}$

$= 800\,N + \frac{80 \cdot 120}{6}\,N$

$= 2400\,N$ ✓

c) v_y $v_y = v \cdot \sin\alpha$ $v_y(t) = v_y - gt$

$mg(h-d) = \frac{1}{2}mv^2$ $\Rightarrow \boxed{0 = v_y - gt}$ wieso ist v=0 ?

$v = \sqrt{2g(h-d)}$ $t = \frac{v_y}{g}$ $t = \frac{1}{2}s$

$v = \sqrt{100}\,\frac{m}{s}$ $v_x = v \cdot \cos 30$

$= 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{m}{s}$

$\Rightarrow v_y = \frac{1}{2}\sqrt{100}\,\frac{m}{s}$

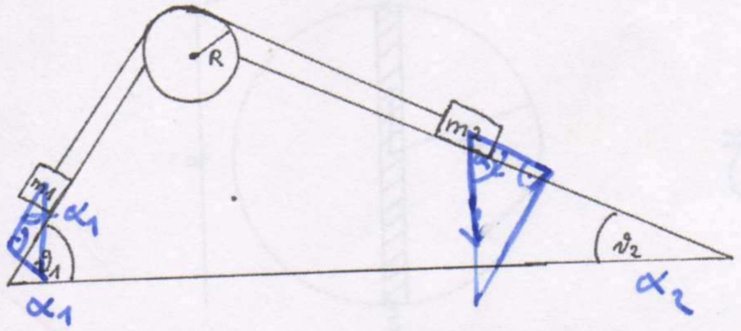
$= 5\,\frac{m}{s}$ $v = \frac{s}{t} \Rightarrow s = v_x \cdot t = \frac{5}{2}\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\,m = \frac{5}{4}\sqrt{3}\,m$

2. Klausur zur Einführung in die Physik I (Mechanik) WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 2: *Klötze und Rollen* (6 Punkte)

$\Delta h (m_1 - m_2) g = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 + \frac{1}{2} J\omega^2$



Zwei mit einem masselosen Seil über eine Rolle mit Trägheitsmoment I und Radius R verbundene Massen sind entsprechend der Abbildung angeordnet.
Bestimmen Sie die Beschleunigungen der Massen m_1 und m_2, wenn die Klötze reibungsfrei auf den Schrägen gleiten können.

$$\Delta h (m_1 - m_2) g - \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 - \frac{1}{2} J \omega^2 = 0$$

$$s(\cos\alpha_1 m_1 - m_2 \cos\alpha_2 \cdot g) - \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 - \frac{1}{2} J \frac{v^2}{R^2} = 0$$

Differenzieren:

$$\dot{s}(\cos\alpha_1 m_1 - m_2\cos\alpha_2)\cdot g - (m_1+m_2) v\cdot\dot{v} - J\frac{v\cdot\dot{v}}{R^2} = 0$$

$\dot{s} = v$, $\dot{v} = a$

$$(\cos\alpha_1 m_1 - m_2 \cos\alpha_2) g = \left(m_1+m_2+\frac{J}{R^2}\right)\dot{v}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\cos\alpha_1 m_1 - \cos\alpha_2 m_2}{m_1+m_2+\frac{J}{R^2}} \cdot g$$

6P

2. Klausur zur Einführung in die Physik I WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Rechnung zu Aufgabe 3:

$T = x$

$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{4}{3}\pi G \rho x = 0$

Ansatz: $x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$

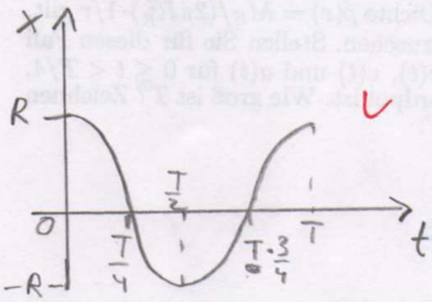
$x(0) = R \quad , \phi_0 = 0$

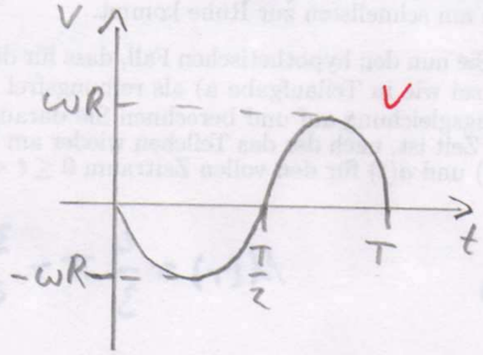
$\Rightarrow R = x_0$

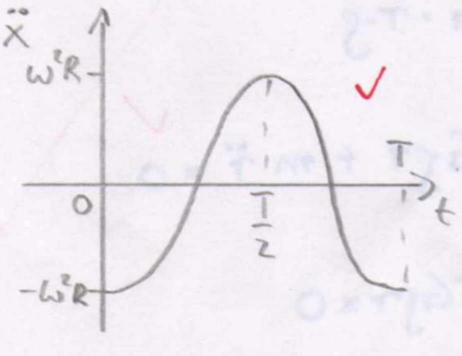
$x(t) = R \cos(\omega t)$ mit $\omega = \sqrt{\frac{4}{3}\pi G \rho}$

$\dot{x}(t) = -\omega R \sin(\omega t)$

$\ddot{x}(t) = -\omega^2 R \cos(\omega t)$







2. Klausur zur Einführung in die Physik I WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Rechnung zu Aufgabe 3:

b) Gleichung

$$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{4}{3}\pi G \rho x = 0$$ ✓

$$\tau = \frac{2m}{b}$$ ✓

Ansatz: $x(t) = e^{\lambda t}$

$$\Rightarrow \lambda^2 + \frac{b}{m}\lambda + \frac{4}{3}\pi G \rho = 0$$

$$\lambda_{1/2} = \frac{-\frac{b}{m} \pm \sqrt{\frac{b^2}{m^2} - \frac{16}{3}\pi G \rho}}{2} \qquad \sqrt{\frac{b^2}{m^2} - \frac{16}{3}\pi G \rho} =: \Omega$$

$$\Rightarrow x(t) = A e^{\left(-\frac{b}{m} + \Omega\right)\frac{t}{2}} + B e^{\left(-\frac{b}{m} - \Omega\right)\frac{t}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{b^2}{m^2} - \frac{16}{3}\pi G \rho} = 0$$

$$b = \sqrt{\frac{16}{3}\pi G \rho m^2}$$ ✓

Für dieses b kommt das Teilchen am schnellsten zur Ruhe.

$$\omega = \sqrt{\frac{b^2}{m^2} - \frac{16}{3}\pi G \rho} = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{b^2}{m^2} - \frac{16}{3}\pi G \rho}}$$

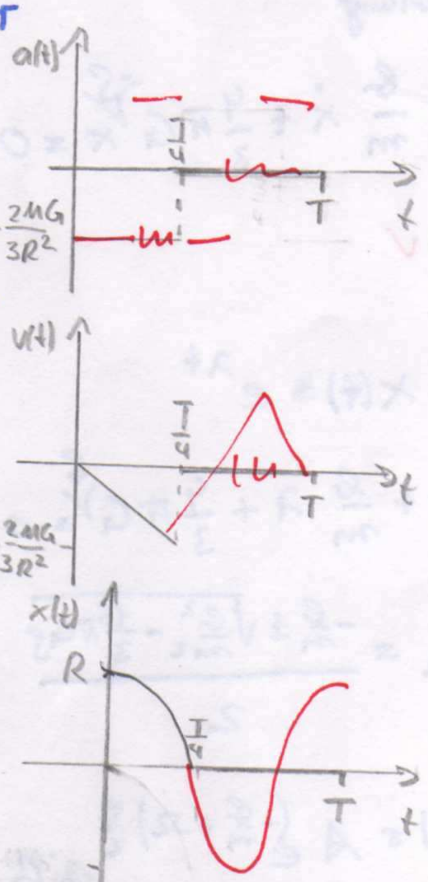
2. Klausur zur Einführung in die Physik I WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Rechnung zu Aufgabe 3:

$\boxed{\text{Für } 0 \le t \le T/4}$

c) $F(r) = \frac{m M(r)}{r^2} G$ $\qquad \rho(r) = \frac{M}{2\pi R^2 \cdot r}$



$M(r) = \rho(r) \cdot V(r)$

$= \frac{M}{2\pi R^2 \cdot r} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\frac{M}{R^2}\, r^2$

$\Rightarrow F(r) = \frac{m \cdot 2MG}{3R^2}$

$\Rightarrow \frac{2mM}{3R^2}G + m\ddot{r} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \ddot{r} = -\frac{2MG}{3R^2}$

$\Rightarrow \int \ddot{r} = \int -\frac{2MG}{3R^2}\,dt = -\frac{2MG}{3R^2}t + C$ $\qquad v(0) = 0$

$\Rightarrow \dot{r} = -\frac{2MG}{3R^2} \cdot t$

$r = \int \dot{r} = \int -\frac{2MG}{3R^2}t\,dt = -\frac{MG}{3R^2}t^2 + C$

$r(0) = R \Rightarrow C = R$

$r = -\frac{MG}{3R^2}t^2 + R$

14

Das Teilchen kann den Nordpol nicht wieder erreichen, $T = \infty$

2. Klausur zur Einführung in die Physik I (Mechanik) WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 4: *Zerfall eines Teilchens* (6 Punkte)

Ein hypothetisches Teilchen X zerfalle in 3 Teilchen: A, B und C. Da X sehr kurzlebig ist, kann es nicht selber im Detektor nachgewiesen werden, sondern nur seine Zerfallsteilchen.
Die in der Tabelle angegebenen Impulse und Ruhemassen wurden für die drei Zerfallsteilchen bestimmt. [GeV] ist eine Energieeinheit, und gibt die Energie an, die ein Elektron nach Durchlaufen einer Spannungsdifferenz von $U = 10^9$ V hat.
Wie groß ist die Ruhemasse des X-Teilchens (in Einheiten von GeV/c^2)?

Teilchen	p_x [GeV/c]	p_y [GeV/c]	p_z [GeV/c]	m_0 [GeV/c^2]
A	1	2	1	$\sqrt{3}$
B	−2	0	0	0
C	3	−1	1	$\sqrt{5}$

$E_{ges}^2 = \underbrace{(\gamma m_0 v)^2}_{p^2} c^2 + m_0^2 c^4$ ✓

Impulserhaltung $p_{x_A} + p_{x_B} + p_{x_C} = p_{x ges}$ ✓

$\Rightarrow p_{x\,ges} = 4 \frac{GeV}{c}$ f $(1 - 2 + 3)$ GeV/c $= 2$ GeV/c

$p_{y\,ges} = -2 \frac{GeV}{c}$ f

$p_{z\,ges} = 3 \frac{GeV}{c}$ f

$p_{ges} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} = \sqrt{16+4+9} \frac{GeV}{c} \sqrt{25} \frac{GeV}{c}$

$m v^2 = p$ f $\quad p = \gamma m_0 v$

$v = \sqrt{\frac{p_{ges}}{m_{ges}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{29}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}} \frac{m}{s}$

1,5 / 6

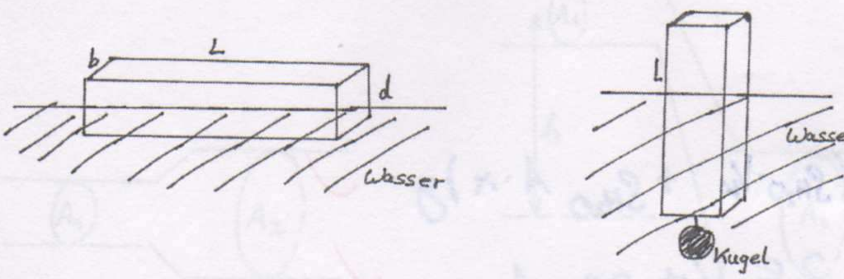
2. Klausur zur Einführung in die Physik I (Mechanik) WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 5: *Holzstab im Wasser* (5 Punkte)

$\rho = \frac{m}{V}$

$V = \frac{m}{\rho} =$



ρ_H

Ein Holzstab der Masse m_H, der Breite b, der Tiefe d und der Länge L schwimmt im Wasser.

a. Wie tief taucht er bei horizontaler Schwimmlage ein?

b. Wie tief taucht er ein, wenn an einem Ende des Stabes eine Kugel der Masse m_K befestigt wird, so dass er vertikal steht?

$\rho_{Holz} = 0,5 \cdot \rho_{Wasser}$, $\rho_{Kugel} = 8 \cdot \rho_{Wasser}$, $m_K = 0,5 \cdot m_H$.

a) $F_{ab} = F_{auf}$

$m_H g = \rho_{H_2O} \cdot A \cdot x \cdot g$

$\rho_{Holz} A \cdot d \cdot g = \rho_{H_2O} \cdot A \cdot x \cdot g$

$\Rightarrow x = \frac{\rho_H}{\rho_{H_2O}} \cdot d$

$x = 0{,}5 d$

2P

b) $F_{ab} = F_{auf}$

$(m_H + \underbrace{m_K}_{=0{,}5 m_H}) g = \underbrace{\rho_{H_2O}}_{=\frac{1}{8}\rho_K} \cdot V_K \cdot g + \rho_{H_2O} g \cdot A \cdot x$

$1{,}5 \rho_H \cdot A \cdot L$

$= \frac{1}{8} m_K + \rho_{H_2O} A \cdot x$

$1{,}5 \cdot 0{,}5 \rho_{H_2O} \cdot A \cdot L +$

$= \frac{1}{8} \cdot 0{,}5 m_H + \rho_{H_2O} A \cdot x$

$1{,}5 \cdot 0{,}5 A L +$ $\frac{1}{16} \frac{m_H}{\rho_{H_2O}} = A \cdot x$

$x = 0{,}75 L - \frac{1}{16} m_H \quad | \quad A = d \cdot b$

$x = 0{,}75 L - \frac{1}{16} m_H$

0P

2. Klausur zur Einführung in die Physik I WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Rechnung zu Aufgabe 5:

b)

$F_{ab} = F_{auf}$

$(m_H + m_K)g = (\rho_{H_2O} \cdot V_K + \rho_{H_2O} A \cdot x)g$ ✓

$1{,}5\rho_H \cdot A \cdot L = 2\rho_H V_K + 2\rho_H A \cdot x$ ✓

$3AL = 4V_K + 4A \cdot x$ $A = d \cdot b$ $V_K = \frac{m_K}{\rho_K}$

$3AL = 4\frac{m_K}{\rho_K} + 4A \cdot x$

$3AL - 4\frac{0{,}5 m_H}{8\rho_{H_2O}} = 4Ax$

$3AL - \frac{1}{4}\frac{m_H}{2 \cdot \rho_H} = 4A \cdot x$

$3AL - \frac{1}{8}\frac{V_H \cdot \rho_H}{\rho_H} = 4Ax$

$3AL - \frac{1}{8}A \cdot L = 4Ax$

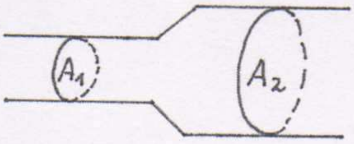
$x = \frac{23}{32}L$ ✓

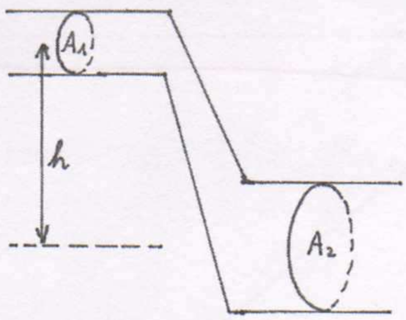
3P

2. Klausur zur Einführung in die Physik I (Mechanik) WS 2007/2008

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 6: *Strömung im Rohr* (7 Punkte)





Wasser wird mit dem Massenstrom dm/dt durch ein horizontal liegendes Rohr mit dem Querschnitt A_1 gepumpt, das sich auf den Querschnitt A_2 erweitert. Das Wasser kann hier als ideale Flüssigkeit betrachtet werden. Rechnen Sie jeweils auch die Zahlenwerte aus.

a. Welche Strömungsgeschwindigkeiten v_1 und v_2 hat das Wasser in den beiden Teilen des Rohres?

b. Welchen statischen Druck p_1 darf eine Pumpe im engen Rohr höchstens erzeugen, damit aus einer seitlichen Bohrung am weiten Rohr bei einem Außendruck von p_0 kein Wasser austritt?

c. Welcher statischer Druck und welche Geschwindigkeit würden sich im weiten Rohrstück (ohne Bohrung) einstellen, falls das engere Rohrstück ($p_{1,oben}$) um h höher liegt als das weitere Rohr?

Zahlenwerte: $dm/dt = 3\,\mathrm{kg/s}$, $A_1 = 5\,\mathrm{cm}^2$, $A_2 = 75\,\mathrm{cm}^2$, $p_0 = 1\,\mathrm{bar}$, $\rho_{Wasser} = 1\,\mathrm{g/cm}^3$, $p_{1,oben} = 0{,}5\,\mathrm{bar}$, $h = 10\,\mathrm{m}$.

4

a) $A_1 v_1 = A_2 v_2 = \frac{dm}{dt}$

$\Rightarrow v_1 = \frac{dm}{dt}\cdot\frac{1}{A_1} = \frac{3}{5}\cdot 10^{-4}\,\frac{m}{s}$ f $(6\,\frac{m}{s})$

$v_2 = \frac{dm}{dt}\cdot\frac{1}{A_2} = \frac{3}{75}\cdot 10^{-4}\,\frac{m}{s}$ f $(0{,}4\,\frac{m}{s})$

b) $p + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$ ✓

$\Rightarrow p = \frac{1}{2}\rho\,(v_2^2 - v_1^2) + p_0$ ✓

$p = \left[\frac{1}{2}\cdot 1000\left(\frac{9}{75^2}\cdot 10^{-8} - \frac{9}{25}\cdot 10^{-8}\right) - 1\right]$ bar

− ?? +

= ??

c) $p_1 + \rho g h + \frac{1}{2} A_1 v_1^2 = \frac{1}{2} A_2 v_2^2 + p$ ✓

$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2$ $\qquad v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2}$

$\Rightarrow p = p_1 + \rho g h + \frac{1}{2}\frac{A_2^2}{A_1} v_2^2 - \frac{1}{2} A_2 v_2^2$

$p = \left[0{,}5 + \frac{1}{1000}\cdot 10\cdot 10 + \frac{1}{2}\,\frac{75^2}{5}\cdot 10^{-4}\cdot\frac{3}{75}\cdot 10^{-4} - \frac{1}{2}\,75\cdot 10^{-4}\cdot\frac{9}{\ldots}\cdot 10^{-8}\right]$

= ??

① c) $V_x = 5\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$

$V_y = 5\,\frac{m}{s}$

$h(t) = V_y t + d - \frac{1}{2} g t^2$

$t_1 = \frac{5-3\sqrt{5}}{10}\,s < 0$

$t_2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{10}\right) s$

$s_x = V_x \cdot t_2 = \frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{15}}{2}$

d) $|\vec{M}| = |\vec{r} \times \vec{F}| = r \cdot F = l \cdot F_R = -l \cdot G\, V_x = 500\,Nm$

e) $F = \frac{M}{l_{ski}/2} = \frac{500}{0{,}9}\,N = 555{,}56\,N$

f) $M = J \cdot \alpha \qquad \varphi = \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\Rightarrow \alpha = \frac{M}{J} = \frac{500\,Nm}{20\,kg\,m^2} = 25\,\frac{1}{s^2}$

$\varphi = \frac{1}{2}\, 25\,\frac{1}{s^2}\,(0{,}1\,s)^2 = 0{,}125\,Rad$

③ $F = -G\frac{m}{r^2}\int \frac{M}{2\pi R^2}\,\frac{1}{r}\, r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi = -G\frac{m\,4\pi M}{2\pi R^2 r^2}\int r\, dr$

$= -\frac{M}{R^2} G m \qquad x(t) = -\frac{1}{2}\frac{M}{R^2} G t^2 + R$

$\ddot{x} + \frac{M}{R^2} G x = 0 \quad x > 0 \qquad v(t) = -\frac{M}{R^2} G t$

$a(t) = -\frac{M}{R^2} G$

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

$$E_A^2 = p_{Ax}^2 c^2 + p_{Ay}c^2 + p_{Az}c^2 + m_{A0}^2 c^4$$

$E_A = 3\,GeV$

$E_B = 2\,GeV$

$E_C = 4\,GeV$

$E_X = E_A + E_B + E_C = 9\,GeV$ Energieerhaltung

$p_{x,x} = p_{A,x} + p_{Bx} + p_{Cx} = (1-2+3)\frac{GeV}{c} = 2\frac{GeV}{c}$

$p_{x,y} = 1\frac{GeV}{c}$

$p_{x,z} = 2\frac{GeV}{c}$

$m_x^2 c^4 = E_x^2 - p_{x,x}^2 c^2 - p_{x,y}^2 c^2 - p_{xz}^2 c^2$

$m_x^2 c^4 = 72\,GeV^2$

$m_x = \sqrt{72}\frac{GeV}{c^2}$

6 $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V\cdot l} \Rightarrow m = \rho\cdot A\cdot l$

$\frac{dm}{dt} = \rho\cdot A\cdot \underbrace{\frac{dl}{dt}}_{=v} \Rightarrow v = \frac{dm}{dt}\frac{1}{A\rho}$

$v_1 = 6\frac{m}{s}$ $\quad v_2 = 0{,}4\frac{m}{s}$

b) $p + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

$\Rightarrow p = 0{,}82\,bar$

c) $v_2 = 0{,}4\frac{m}{s}$

$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p$

$\Rightarrow p = 1{,}68\,bar$