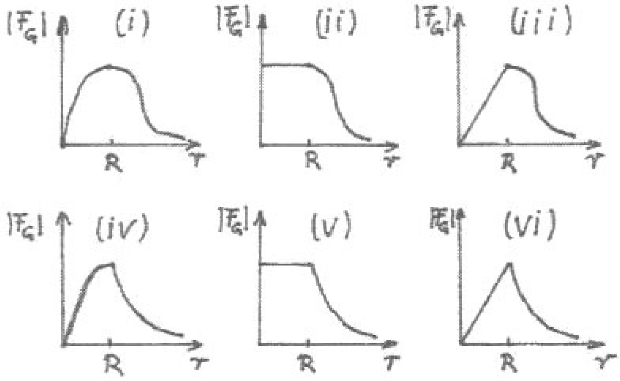
Modulprüfung Klassische Experimentelle PhysikI WS 2009/2010

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 1: *Multiple Choise* (6 Punkte)

Welche Aussagen treffen zu **(mehr als eine Antwort kann zutreffen)**:

a) Welches der folgenden Gravitationskraft-Radius-Diagramme gehört zu einem kugelförmigen Planteten mit konstander Dichte und Radius R.



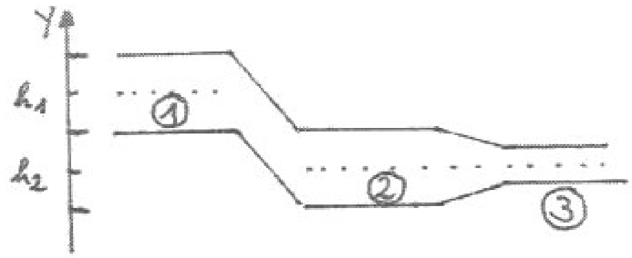
b) Welche mechanischen Erhaltungssätze gelten bei Stößen auf einer Luftkissenbahn?
  i. Beim elastischen Stoß ist die kinetische Endergie erhalten.
  ii. Beim elastischen Stoß ist der Impuls erhalten.
  iii. Beim unelastischen Stoß ist die kinetische Endergie erhalten.
  iv. Beim unelastischen Stoß ist der Impuls erhalten.

c) Welche Aussagen zu Wellen sind korrekt?
  i. Wellen sind räumlich und zeitlich periodische Bewegungen.
  ii. Wellen übertragen Endergie aber keinen Impuls von einem Ort zu einem anderen.
  iii. Die Intensität von Kugelwellen, die von einer Punktquelle ausgehen, nimmt umgekehrt proportional zur dritten Potenz des Abstandes zur Quelle ab.
  iv. Die Intensität von Kugelwellen, die von einer Punktquelle ausgehen, nimmt umgekehrt proportional zur zweiten Potenz des Abstandes zur Quelle ab.
  v. Die Intensität von Kugelwellen, die von einer Punktquelle ausgehen, nimmt umgekehrt proportional vom Abstand zur Quelle ab.

d) Eine Voll- und eine Hohlkugel mit gleicher Masse und gleichem Radius rutschen bzw. rollen eine schiefe Ebene ohne Reibung runter. Welche der folgenden Aussagen sind richtig:
  i. Die Kugeln, die rutschen, sind lansamger als die rollenden Kugeln.
  ii. Die Kugeln, die rutschen, sind schneller als die rollenden Kugeln.
  iii. Die rutschende und rollende Hohlkugel sind die 2 schnellsten Kugeln.
  iv. Die rutschende Hohlkugel ist schneller als die rutschnede Vollkugel.
  v. Die rollende Hohlkugel ist langsamer als die rollende Vollkugel.

e) Was geschieht im allgemeinen, wenn ein fester Körper erwärmt wird?
  i. Die Dichte des Körpers wird geringer.
  ii. Die Masse des Körpers nimmt ab.
  iii. Das Volimen des Körpers nimmt zu.
  iv. Die Masse des Körpers bleibt gleich.
  v. Die Dichte des Körpers nimmt zu.

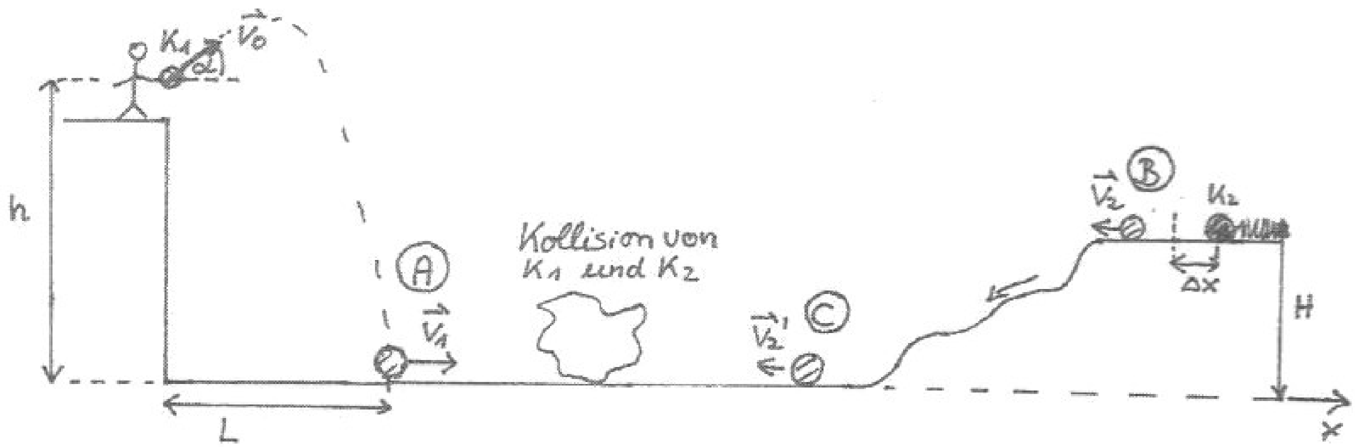
f) In dem gezeigten Rohr fliesst eine Flüssigkeit.



Welche Aussagen zur Geschwindigkeit und zum Druck in den 3 Punkten sind richtig?
  i. Die Geschwindigkeit in allen drei Punkten ist gleich.
  ii. Die Geschwindigkeit im Punkt 1 ist kleiner als im Punkt 3.
  iii. Der Druck im Punkt 1 ist größer als im Punkt 2.
  iv. Der Druck in Punkt 3 ist größer als der im Punkt 2.
  v. Der Druck in Punkt 1 und 2 ist gleich.

Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 2: *Kollision von zwei Kugeln* (9 Punkte)



Eine Kugel K_1 der Masse m_1 = 2/3 kg wird aus einer Höhe h = 3,5 m unter dem Winkel tan α = 1/2 geworfen und landet im Abstand L = 3m vom Abwurfpunkt auf einer reibungsfreien Fläche, so dass die x-Komponente der Geschwindigkeit erhalten bleibt.
Eine zweite Kugel K_2 der Masse m_2 = 2 kg wird in einer Höhe H = 1,2 m durch das Loslassen einer um Δx = 5 cm zusammengedrückten Feder mit Federkonstanten k = 800 N/m beschleunigt und rutscht den Abhang runter. Unten kolliedieren beide Kugeln inelastisch (siehe Skizze) und bewegen sich dann als Ganzes weiter.

a) Wie groß muss $\vec{v}_0=(v_{o,x}, v_{0,y})$ sein, damit die Kugel K_1 im Abstand L vom Abwurfpunkt landes (Punkt A)?

b) Wie groß ist der Betrag der Geschwindigkeit der Kugel K_2 in dem Punkt B, v_2, und im Punkt C, v'_2?

c) In welche Richtung bewegen sich die beiden Kugeln als Ganzes nach dem inelastischen Stoß und wie groß ist der Betrag der Geschwindigkeit v' des 2-Kugel-Objekts nach dem Stoß?

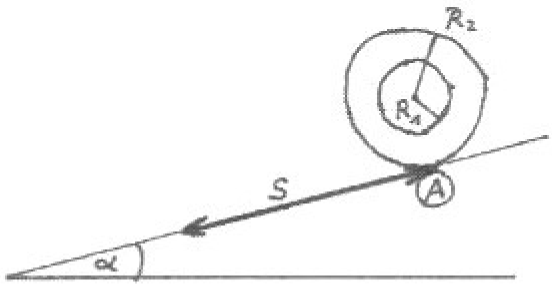
Aufgabe 3: *Aufzugskabine* (6 Punkte)

Eine Aufzugskabine der Masse m_A ist über eine masselose Rolle (Radius R) mit einem Gegen-gewicht gleicher Masse über ein masseloses Seil verbunden. Die Kabine ist mit einer Person des Gewichts m_P besetzt.

a) Zeigen Sie, dass die Aufzugskabine mit der Beschleunigung $a=\frac{m_p}{(2\mathrm{m}_a+m_p)}g$ fällt, falls die Bremsvorrichtung versagt (keine Reibung).

b) Im Notfall gelte eine Aufprallgeschwindigkeit von v_0 = 6 m / s als zumutbar. Mit wie vielen Personen (jeweils mit m_P = 80 kg) darf der Aufzug (m_A = 1800 kg) maximal besetzt sein, damit dieser Wert bei einem Fall aus dem 6. OG (Höhe h = 18 m) nicht überschritten wird? Setzten Sie die Zahlenwerde nach Möglichkeit erst am Ende der Rechnung ein.

Aufgabe 4: *Zylinder auf Abhang* (7 Punte)



Ein Zylinder mit Außenradius R_2 = 20 cm, Innenradius R_1 = 10 cm, der Länge l, der Masse M und der **nichtkonstanten** Dichte $\rho(r)=\rho_0\cdot(1/r)$ (ρ_0: konstant, r: Radius) fängt aus der Ruhe (Punt A) an, eine schiefe Edene hinabzurollen, ohne zu rutschen. Die Ebene habe einen Winkel α=30° zur Horizontalen.

a) Zeigen Sie, dass das Trägheitsmoment des Zylinders $I_Z=\frac{1}{3}M\,(R_1^2+R_1 R_2+R_2^2)$ ist.

b) Berechnen Sie mit Hilfe der Energieerhaltung die Geschwindigkeit des Zylinders nach einer zurückgelegten Strecke von s = 1,9 m.

Name: Vorname: Matrikelnummer:

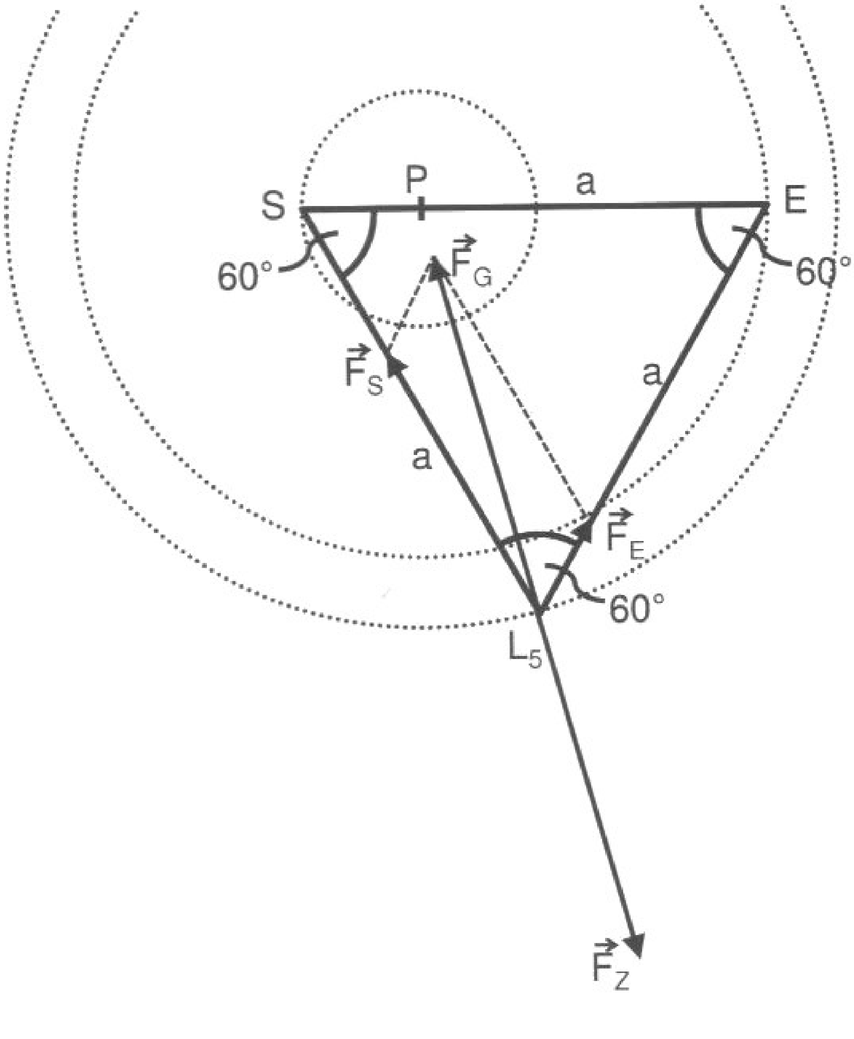
Aufgabe 5: *Lagrange-Punkte* (10 Punkte)

Im System von Sonne und Erde/Mond, bei Vernachlässigung sowohl der weiteren Planeten als auch der Ausdehnung des Erde-Mond-Systems, gibt es fünf Lagrange- oder auch Librationspunkte, an denen ein Körper keine resultierenden Kräfte verspürt.

a) Zeigen Sie, dass der gemeinsame Schwerpunkt P des Gesamtsystems, im den die Sonne (mit Masse M_S) und das Erde-Mond-System (M_E) auf Kreisbahnen rotieren, vom Sonnenmittelpunkt den Abstand $s=\frac{M_E}{M_S+M_E}\cdot a$ hat. Dabei beschreibt a den Abstand zwischen Sonne und dem Erde-Mond-System.

b) Auf der gemeinsamen Achse von Sonne und Erde-Mond-System gibt es 4 Lagrange-Punkte L1, L2 und L3, an denen sich jeweils die beiden Gravitationskräfte $\vec{F}_S, \vec{F}_E$ und die Zentrifugalkraft $\vec{F}_Z$ zu Null addieren. Fügen Sie die Lage der 3 Punkte, die Massezentren der Sonne (s) und des Erde-Mond-System (E) und den Schwerpunkt P in eine sntsprechende Skizze ein. Skizzieren sie zudem für jeden der drei Lagrange-Punkte, wie sich die jeweils wirkenden Kräfte addieren, indem Sie dies als Kraftpfeile darfstellen (keine Rechnung).

c) Der Lagrange-Punkte L5 bildet mit den Massezentren der Sonne (s) und dem Erde-Mond-System (E) ein gleichseitiges Dreieck mit Kantenlänge a. Dieses Dreieck liegt dabei in der Rotationsebene des Sonne und Erde-Mond-Systems um den gemeinsamen Schwerpunkt (P). Bei L5 addieren sich $\vec{F}_S$ und $\vec{F}_E$ zu einer resultierenden Kraft $\vec{F}_G$, deren Betrag gleich dem Betrag von $\vec{F}_Z$ ist, dieser aber genau entgegengerichtet ist. Zeigen Sie, dass sich die 3 Kräfte ($\vec{F}_S$, $\vec{F}_E$ und $\vec{F}_Z$) bei L5 tatsächlich zu Null addieren. Berechnen Sie hierzu den Betrag von $\vec{F}_G$ und den Betrag von $\vec{F}_Z$ (siehe Skizze). Die Kreisfrequenz ω der Erdahn um den Schwerpunkt P ist gegeben als $\omega=\sqrt{GM_SM_E/a^3}$.

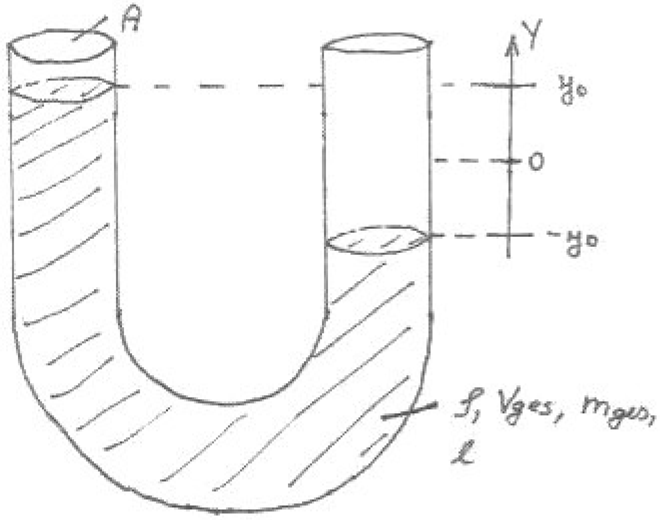


Name: Vorname: Matrikelnummer:

Aufgabe 6: *Relativitätstheorie* (3 Punkte)

Wie groß ist die Geschwindigkeit eines Teilchens, dessen kinetische Energie doppelt so groß ist wie seine Ruheenergie ist?

Aufgabe 7: *Flüssigkeitspendel* (6 Punkte)



In einem U-Rohr konstanten Querschnitts A befindet siche ein Flüssigkeitssäule der Gesamtmasse m_{ges}, der Gesamtlänge l und der konstanten Dichte ρ. Wenn man kurz in ein Rohrende bläst, so beginnt sie zu schwingen.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf. Vernachlässigen Sie hierbei die Reibung.

b) Geben Sie die Lösung der Bewegungsgleichung von a) an, wenn zum Zeitpunkt t = 0 die Flüssigkeitssäule auf der rechten Seite maximal nach unten ausgelenkt ist (siehe Skizze). Bestimmen Sie die Kreisfrequenz ω_0 und die Periodendauer T der Schwingung. Fertigen Sie eine Skizze für die zeitliche Abhängigkeit der Auslenkung $y(t)$, der Geschwindigkeit $\dot{y}(t)$ und der Beschleunigung $\ddot{y}(t)$ an.

Lösung zur 1. Klausur
„Klassische Experimantalphysik I- Mechanik"
WS 09/10

(Nicht offizielle Musterlösung, keine Garantie auf Richtigkeit)

Aufgabe 1: *Multiple Choice* (6 Punkte)
Jeweils einen Punkt für die richtige Antwort einer Teilaufgabe

a) vi
b) i , ii , iv
c) i , iv
d) ii , v
e) i , iii , iv
f) ii

Aufgabe 2: Kollision von zwei Kugeln (9 Punkte)

a) Wähle das Koordinatensystem so, dass der Nullpunkt in der Aufprallhöhe liegt und senkrecht unter dem Aufprallpunkt. Zum Zeitpunkt des Aufpralls t_A ist $x(t=t_A)=L$. Der Zusammenhangzwischen der Anfangsgeschwingigkeit in x- und in y-Richtung ist
$\tan(\alpha)=v_{o,y}/v_{o,x}$ (1).
Horizontal: $x(t)=v_{0,x}\cdot t \to x(t_A)=L=v_{0,x}\cdot t_A$ (2)
Vertikal: $y(t)=h+v_{0,y}\cdot t-\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \overset{(1)}{=} h+\tan\alpha\cdot v_{0,x}\cdot t-\frac{1}{2}g\cdot t^2$
Am Aufprallort ist $y(t_A)=0$ und mit (2) ergibt sich:

$$h+\tan(\alpha)\cdot v_{0,x}\cdot t_A-\frac{1}{2}g\cdot t_A^2=y(t_A)=0 \Rightarrow h+\tan(\alpha)\cdot L-\frac{1}{2}g\cdot\frac{L^2}{v_{o,x}^2}=0$$

$$\Leftrightarrow v_{o,x}^2(h+\tan(\alpha)\cdot L)=\frac{gL^2}{2} \Rightarrow v_{0,x}=\sqrt{\frac{g}{2\cdot(h+\tan(\alpha)\cdot L)}}L$$

$$v_{0,x}=\sqrt{\frac{10\mathrm{m}/s^2}{2\cdot(7/2\mathrm{m}+1/2\cdot 3\mathrm{m})}}\cdot 3\mathrm{m}=3\mathrm{m}/s \quad ; \quad v_{0,y}=\tan(\alpha)\cdot v_{0,x}=\frac{1}{2}\cdot 3\mathrm{m}/s=1{,}5\,m/s$$

b) Energieerhaltung:

$$E_{kin,B}=\frac{1}{2}m_2\cdot v_2^2=E_{Feder}=\frac{1}{2}k\cdot\Delta x^2 \Leftrightarrow v_2=\sqrt{\frac{k}{m_2}}\cdot\Delta x$$

$$v_2=\sqrt{\frac{800\mathrm{N}/m}{2\,kg}}\cdot\Delta x=20\cdot 0{,}05\,m/s=1\,m/s$$

$$E_{ges,B}=E_{kin,b}+E_{pot,B}=E_{kin,C} \Rightarrow \frac{1}{2}m_2 v_2^2+m_2\,g\,h=\frac{1}{2}m_2 v'^2_2 \Leftrightarrow v'^2_2=(v_2^2+2\mathrm{gh})$$

$$\to v'^2_2=(1+2\cdot 10\cdot 1{,}2)(m/s)^2=25(m/s)^2 \to v'_2=5\,m/s$$

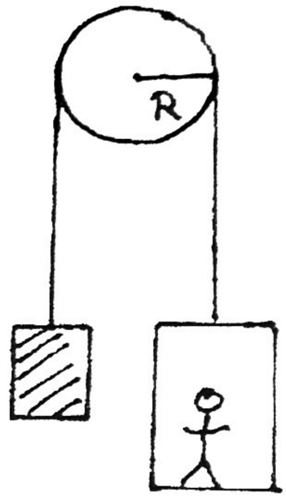
c) Beim inelastischen Stoß ist der Impuls erhalten:

$$m_1\cdot v_{1,x}+m_2\cdot v'_{2,x}=(m_1+m_2)\cdot v'_x \Leftrightarrow v'_x=\frac{m_1\cdot v_{1,x}+m_2\cdot v_{2,x}}{m_1+m_2}$$

$$\to v'_x=\frac{\frac{2}{3}kg\cdot 3\,m/s-2\,kg\cdot 5\,m/s}{\frac{2}{3}kg+2\,kg}=\frac{(2-10)\cdot 3}{8}m/s=-3\,m/s$$

Das 2-Kugel-Objekt bewegt sich in negative x-Richtung, da $m_2\cdot v'_2>m_1\cdot v_1$.

Aufgabe 3: Aufzugskabine (6 Punkte)



a) Kräfte am Aufzug:

$$F_G^1=(m_A+m_P)\cdot g$$
$$F_G^2=-m_A\cdot g$$

resultierende Kraft: $F_G^{res}=F_G^1+F_G^2=m_P\cdot g$

$$=(2\mathrm{m}_A+m_P)\cdot a$$
$$\Rightarrow a=\frac{m_P}{2\mathrm{m}_A+m_P}\cdot g$$

b) Fallzeit:

$$h=\frac{1}{2}at^2\rightarrow t=\sqrt{\frac{2\mathrm{h}}{a}}$$
$$v=at=a\sqrt{\frac{2\mathrm{h}}{a}}=\sqrt{2\mathrm{ah}}\rightarrow v^2=2\mathrm{ah}$$

c) mit der Beschleunigung a aus Teil a) und der Anzahl von x Personen:

$$v^2=2\mathrm{hg}\frac{x\cdot m_P}{2\mathrm{m}_A+x\cdot m_P}$$
$$\Rightarrow x=\frac{\frac{v^2}{hg}m_A}{(1-\frac{v^2}{2\mathrm{hg}})m_P}$$
$$x=\frac{\frac{36}{18\cdot 10}18000}{(1-\frac{36}{2\cdot 18\cdot 10})80}=5$$

Aufgabe 4: Zylinder auf Abhang (7 Punkte)

a) Für das Trägheitsmoment gilt mit Abstand a = r zur Drehachse, dem differentiellen Massenelement dm = ρ(r)dV = ρ_0 / r dV und dV = r dr dΦ dz:

$$I\;=\;\int a^2\,dm=\int r^2\rho(r)\,dV=\rho_0\int r^2\frac{1}{r}r\,dr\,d\,\phi\,dz=\rho_0\int_0^{2\pi}\int_0^l\int_{R_1}^{R_2}r^2\,dr\,d\,\phi\,dz$$
$$=\rho_0\cdot 2\pi\cdot l\left[1\,0\mathrm{ver}\,3\,r^3\right]_{R_1}^{R_2}=\rho_0\cdot 2\pi\cdot l\cdot\frac{1}{3}(R_2^3-R_1^3)$$

Unter Verwendung von $a^3-b^3=(a^2+a\cdot b+b^2)\cdot(a-b)$ ergibt sich weiter:

$$I=\rho_0\cdot 2\pi\cdot l\cdot(R_2-R_1)\frac{1}{3}(R_2^2+R_1R_2+R_1^2)$$

Für die Masse des Zylinders gilt:

$$M=\int dm=\rho_0\int\frac{1}{r}r\,dr\,d\,\phi\,dz=\rho_0\cdot 2\pi\cdot l\,(R_2-R_1)$$

Damit folgt für das Trägheitsmoment des Zylinders weiter:

$$I=\frac{1}{3}\cdot M\cdot(R_2^2+R_1\cdot r_2+R_1^2)\quad q.e.d.$$

b) Energieerhaltung:

$$\rightarrow E_{kin,B}=\Delta E_{pot}=M\cdot g\cdot s\cdot\sin(\alpha)\quad (1)$$
$$E_{kin,B}=\frac{1}{2}I\cdot\omega^2+\frac{1}{2}M\cdot v^2\overset{v=R_2\cdot\omega}{=}\frac{1}{2}\left(\frac{I}{R_2^2}\cdot v^2+Mv^2\right)$$

Damit und mit $I = 1/3 \cdot M \cdot (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$ folgt für (1):

$$\frac{1}{2} m v^2 \left(\frac{1}{3} \frac{R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2}{R_2^2} + 1 \right) = Mgs \cdot \sin(\alpha)$$

$$\Leftrightarrow v^2 = \frac{2gs \cdot \sin(\alpha)}{1 + \frac{1}{3} \frac{R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2}{R_2^2}} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2gs \cdot \sin(\alpha)}{1 + \frac{1}{3} \frac{R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2}{R_2^2}}}$$

$$v^2 = \frac{2 \cdot 10 \cdot \frac{19}{10} \cdot \frac{1}{2} (m/s)^2}{1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{(1+2+4)}{4}} = \frac{19 (m/s)^2}{\frac{12+7}{12}} = 12 (m/s)^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{12}\, m/s = 2 \cdot \sqrt{3}\, m/s$$

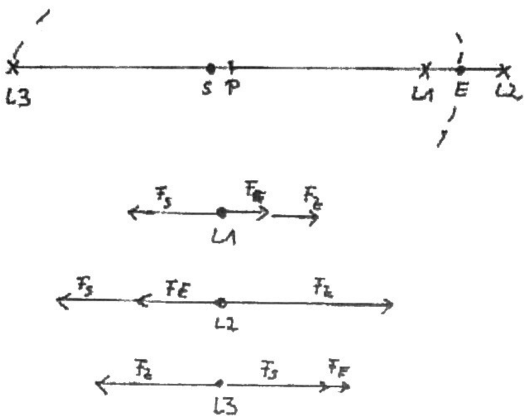
Aufgabe 5: Lagrange-Punkte (10 Punkte)

a) Mit r_E als Abstand zwischen Schwerpunkt und Erde-Mond-System und $a = s + r_E$:

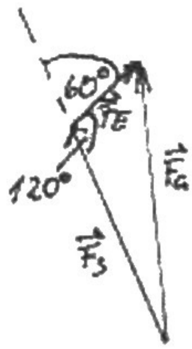
$$M_S \cdot s = M_E \cdot r_E = M_E \cdot (a - s)$$

$$\Rightarrow s = \frac{M_E}{M_S + M_E} a$$

b) Skizze:



c) Berechnung von F_G mit Hilfe des Kosinussatzes:



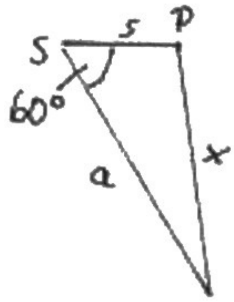
$$F_G^2 = F_E^2 + F_S^2 - 2 F_E F_S \cos(120°)$$

$$= F_E^2 + F_S^2 + F_E F_S$$

$$= \left(G \frac{M_E m}{a^2} \right)^2 + \left(G \frac{M_S m}{a^2} \right)^2 + G^2 \frac{M_E M_S}{a^4} m^2$$

$$\Rightarrow F_G = \frac{G}{a^2} m \sqrt{M_E^2 + M_S^2 + M_E M_S}$$

Berechnungvon Abstand x zwischen L5 und P:



$$x^2 = a^2 + s^2 - 2 a s \cos(60°) = a^2 + s^2 - a s$$

$$= a^2 + \frac{M_E^2}{(M_S + M_E)^2} a^2 - a^2 \frac{M_E}{M_S + M_E}$$

$$\Rightarrow x = \frac{a}{M_E + M_S} \sqrt{M_E^2 + M_S^2 + M_E M_S}$$

Berechnung von F_Z:

$$F_Z = m \omega^2 x$$

$$= m \omega^2 \frac{a}{M_E + M_S} \sqrt{M_E^2 + M_S^2 + M_E M_S}$$

gegeben: $\omega^2 = G \frac{M_S + M_E}{a^3}$

$$F_Z = \frac{G}{a^2} m \sqrt{M_E^2 + M_S^2 + M_E M_S}$$

$$\Rightarrow F_Z = F_G$$

Aufgabe 6: Relativitätstheorie (3 Punkte)

$$E=\gamma m c^2=E_0+E_{kin}=m_0 c^2+E_{kin} \Leftrightarrow E_{kin}=(\gamma-1) m c^2$$

$$2\overset{!}{=}\frac{E_{kin}}{E_0}=\frac{(\gamma-1) m c^2}{m c^2}=\gamma-1 \quad \Leftrightarrow \quad \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=3$$

$$1-\beta^2=\frac{1}{9} \Rightarrow \beta=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2}{3}\sqrt{2} \rightarrow v=\beta\cdot c=\frac{2}{3}\sqrt{2}\,c$$

Aufgabe 7: Flüssigkeitspendel (6 Punkte)

a) Die rücktreibende Kraft ist die Gewichtskraft der Flüssigkeitssäule mit der Höhe 2y(t):

$$F_R=-m g=-\rho\cdot V g=-2\rho\cdot g\cdot A\cdot y \quad mit \quad m=2 y A \rho$$

Für die Bewegungsgleichung ergibt sich damit:

$$F_R=m_{ges}\cdot a=m_{ges}\ddot{y} \Rightarrow -2\rho\cdot g\cdot A\cdot y=m_{ges}\cdot\ddot{y}$$

Mit $m_{ges}=l A \rho$ folgt weiter:

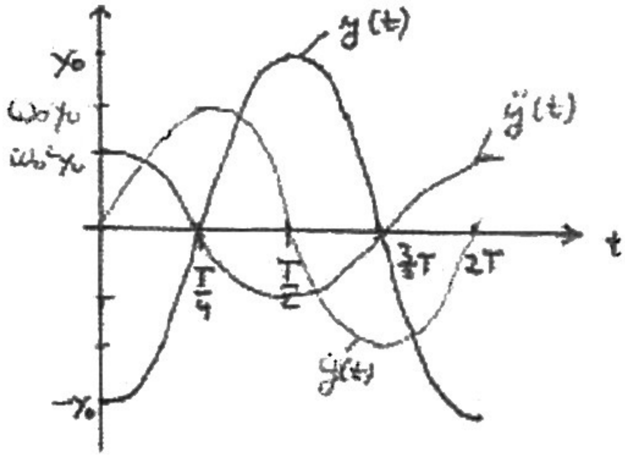
$$\ddot{y}(t)+\frac{2 A \rho g}{l A \rho}\cdot y(t)=0 \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{y}(t)+\frac{2g}{l}\cdot y(t)=0 \quad (1)$$

b) Allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung (1):

$$y(t)=A\cdot\cos(\omega_0\cdot t)+B\cdot\sin(\omega_0\cdot t) \rightarrow \dot{y}(t)=-\omega_0 A\cdot\sin(\omega_0\cdot t)+\omega_0 b\cdot\cos(\omega_0\cdot t)$$

Randbedingungen: $\dot{y}(t=0)=0 \rightarrow B=0$; $y(t=0)=y_0 \rightarrow A=-y_0$

$$\Rightarrow y(t)=-y_0\cdot\cos(\omega_0\cdot t) \;;\; \dot{y}(t)=\omega_0 y_0\cdot\sin(\omega_0\cdot t) \;;\; \ddot{y}(t)=\omega_0^2 y_0\cdot\cos(\omega_o\cdot t)$$



Über das Einsetzen von $y(t)$ und $\ddot{y}(t)$ in die Bewegungsgleichung (1) lässt sich ω_0 bestimmen:

$$\omega_0^2 y_0\cdot\cos(\omega_0\cdot t)-\frac{2g}{l}\cdot y_0\cdot\cos(\omega_0\cdot t)=0 \quad \Rightarrow \omega_0=\sqrt{\frac{2g}{l}} \quad \rightarrow \quad T=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$$