Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
max. Punkte	5	6	5	4	4	24
erreichte Punkte						

1. Aufgabe

Eine Silvesterrakete aus einer Hülse mit Leitstab der Masse $m_L = 40\,\mathrm{g}$ mit der Effektladung (Feuerwerk/Nutzlast) der Masse $m_E = 10\,\mathrm{g}$ wird mit Treibstoff der Brenndauer $T = 1\,\mathrm{s}$ und Masse $m_T = 200\,\mathrm{g}$ gefüllt. Der Zündvorgang, der der Rakete einen Schub zur Überwindung der Gewichtskraft am Boden gibt, soll vernachlässigt werden. Die Verbrenngase werden mit einer konstanten Geschwindigkeit $v_A = 30\,\mathrm{m/s}$ zur Rakete ausgestossen. Die Rakete wird vom Boden senkrecht nach oben geschossen. Nehmen Sie an, dass der Massestrom des auströmenenden Gases und damit die Schubkraft konstant sind.

a) Ist die Schubkraft zu Beginn ausreichend, um die Gewichtskraft zu überwinden, so dass die Rakete nach der Zündung sofort abhebt?

b) Welche maximale Geschwindigkeit erreicht die Rakete?

c) Wie lange muss die Zündverzögerung zwischen dem Zeitpunkt, zu dem der Treibstoff verbraucht ist und dem Zünden der der Effektladung sein, damit das Feuerwerk im höchsten Punkt gezündet wird?

d) Wieviel höher wird die Rakete noch steigen, nachdem der Treibstoff verbraucht ist?

Nützliche Zahlenwerte: $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, $\ln\frac{1}{5} = -\frac{8}{5}$

2. Aufgabe

Beim Curling (Wettkampf-Version des Eisstockschießens) lassen die Spieler große, runde Granitsteine (Masse 20 kg) über eine Eisfläche gleiten. Nach dem Anschieben und Loslassen an der 'hogline' sollen die Steine möglichst genau im Zentrum einer runden Markierung (Haus), nach 28 m, zum Stehen kommen Der Gleitreibungskoeffizient zwischen Granit und Eis sei $\mu_G = 0.002$.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für diesen Vorgang auf und geben Sie den allgemeinen zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit und des Ortes des Granitsteins an. Skizzieren Sie untereinander den zeitlichen Verlauf dieser Größen (Beschleunigung, Geschwindigkeit und Ort). Welche Anfangsgeschwindigkeit v_0 muss der Stein nach dem Loslassen haben?

b) Mit welcher Leistung wird der Stein abgebremst? Geben Sie den zeitlichen Verlauf und ihren maximalen Wert an.

Bitte jede Aufgabe auf einem eigenen Blatt bearbeiten, jedes Blatt mit Namen versehen und leserlich schreiben!

c) Ein gegnerischer Stein soll mit einem Stoß aus dem Haus herausgeschossen werden. Der eigene Stein soll danach mit seiner halben Aufprallgeschwindigkeit weiterrutschen. Unter welchen Winkeln gegenüber der ursprünglichen Richtung bewegen sich gegnerischer und eigener Stein nach dem Stoß, der völlig elastisch erfolgt. Bitte mit Skizze!

3. Aufgabe

Ein dünner Stab mit der Masse m und der Länge L mit homogener Dichte ist an einem Ende drehbar aufgehängt.

a) Welches Drehmoment wirkt auf den Stab durch die Erdanziehung, wenn er um $\varphi = 90^o$ aus der Vertikalen ausgelenkt ist?

b) Welches Trägheitsmoment besitzt der Stab bezüglich seiner Aufhängung?

c) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf für beliebige Auslenkungswinkel φ und geben Sie deren Näherung für kleine Auslenkungen an.

d) Welche Masse und welche Länge muss der Stab haben, damit er mit 1 Hz schwingt?

4. Aufgabe

Die Güte eines schwach gedämpften Oszillators ist definiert als $Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E}$, dem Verhältnis aus pro Zyklus verlorener Energie ΔE zu der momentan gespeicherten Energie E.

a) Zeigen Sie, dass $Q = \omega\tau$ gilt. τ ist die charakteristische Zerfallszeit der Energie.

b) Eine Stimmgabel mit der Frequenz 440 Hz hat eine Güte von 1300. In welcher Zeit nimmt ihre Schwingungsamplitude um den Faktor $\frac{1}{2}$ ab?

c) Welche zwei wesentlichen Ursachen hat die Dämpfung bei einer Stimmgabel?

5. Aufgabe

a) Skizzieren Sie qualitativ korrekt den Verlauf der Masse $m(v)$ und des Impulses $p(v)$ eines Körpers der Ruhemasse m_0 als Funktion der Geschwindigkeit bis in den relativistischen Bereich.

b) Welche Geschwindigkeit besitzt ein Körper, dessen Gesamtenergie doppelt so groß ist wie seine Ruheenergie?

Bitte jede Aufgabe auf einem eigenen Blatt bearbeiten, jedes Blatt mit Namen versehen und leserlich schreiben!

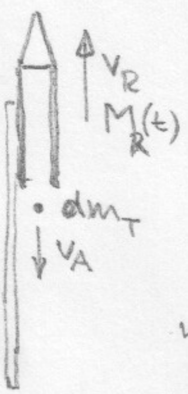
Klausur Physik I   4. März 2011

① a) Schubkraft: $F_S = \left|\frac{dp_T}{dt}\right| = \frac{dm_T}{dt} v_A = \frac{m_T}{T} v_A = \frac{0.2kg}{1s}\, 30\frac{m}{s} = 6N$

Gewichtskraft: $F_G = (m_L + m_E + m_T)g = 0.25kg \cdot 10\frac{m}{s^2} = 2.5N$

→ Rakete hebt sofort ab

b)



ohne Erdanziehung: $dp_R + dp_T = 0$; $dp_R > 0, dp_T < 0$

$$M_R(t)\, dv_R = -dm_T v_A \quad ; \quad v_A < 0$$

mit Erdanziehung:

$$M_R(t)\, dv_R = -dm_T v_A - M_R(t) g\, dt$$

mit $dm_T = -dM_R$ → $dv_R = \frac{dM_R}{M_R} v_A - g\,dt$

Integration Brenndauer → $v_e = v_A \ln\frac{M_e}{M_0} - gT$

$$v_e = v_A \ln\frac{m_L + m_E}{m_L + m_E + m_T} - gT = -30\frac{m}{s}\ln\frac{50}{250} - 10\frac{m}{s} = 38\frac{m}{s}$$

c) Geschwindigkeit nach Ende der Brenndauer: $v(t) = v_e - gt$

maximale Höhe bei $v=0$ → $0 = v_e - g\Delta t$ → $\Delta t = \frac{v_e}{g} = 3.8s$

d) kin. Energie bei $t=T$ ⇒ pot. Energie bei maximaler Höhe

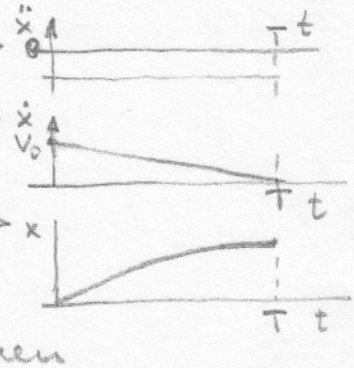
$W_{kin}(T) = W_{pot,\Delta h}$ → $\frac{1}{2}\cancel{M_R(T)} v_e^2 = \cancel{M_R(T)} g \Delta h$ → $\Delta h = \frac{v_e^2}{2g} \approx \frac{40^2}{20} m \approx 80m$

② a) $m\ddot{x} = \sum_i F_i = -F_R = -\mu_G g m$

→ $\ddot{x} = -\mu_G g$ ......

$\dot{x} = -\mu_G g t + v_0$ ....

$x = -\frac{1}{2}\mu_G g t^2 + v_0 t + \underbrace{x_0}_{=0}$ ...



nach $t=T$ kommt der Stein zum stehen

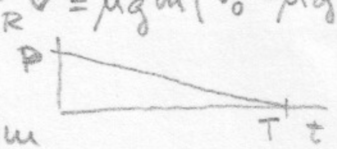
→ $\dot{x}(T) = 0 = -\mu_G g T + v_0$ → $T = v_0/\mu_G g$

gerutschte Strecke: $x(T) = -\frac{1}{2}\cancel{\mu_G g}\frac{v_0^2}{(\mu_G g)^2} + \frac{v_0^2}{\mu_G g} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{\mu_G g}$

Anfangsgeschwindigkeit $v_0^2 = 2x(T)\mu_G g = 56 \cdot 0.002 \cdot 10\frac{m^2}{s^2}$ → $v_0 \sim \sqrt{1.1}\frac{m}{s} \sim 1\frac{m}{s}$

b) Bremsleistung $P = \frac{dW_{Reib}}{dt} = \frac{d(F_R x)}{dt} = F_R v = \mu g m(v_0 - \mu g t)$

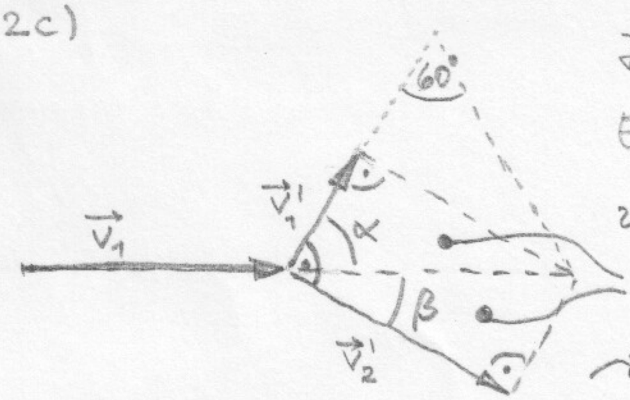
maximal bei $t=0$



$P_{max} = \mu_G g m v_0 \sim 0.002 \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 20kg \cdot 1\frac{m}{s} \sim 0.4\frac{Nm}{s}$

Klausur Physik I 4. März 2011

2c)



Impulserhaltung: $\vec{v}_1 = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'$

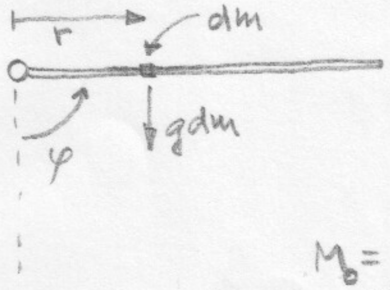
Energieerhaltung: $v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$

zugleich erfüllt, wenn $\sphericalangle(\vec{v}_1', \vec{v}_2') = 90°$

halbes gleichseitiges Δ wg $v_1' = \frac{1}{2} v_1$

$\rightarrow \alpha = 60°, \; \beta = 30°$

③ a)



$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ Drehmoment allgem.

hier: $dM = r \cdot g\, dm$

$= r \cdot g \cdot \varrho_L \cdot dr \; ; \; \varrho_L = \frac{m}{L}$

$$M_0 = \int_0^L r g \varrho_L \, dr = \frac{1}{2} L^2 g \varrho_L = \frac{1}{2} m g L$$

b) Trägheitsmoment

$$\Theta = \int_0^L r^2 dm = \int_0^L r^2 \varrho_L \, dr = \frac{1}{3} L^3 \varrho_L = \frac{1}{3} m L^2$$

c) Bewegungsgleichung: $\Theta \ddot{\varphi} = M = -M_0 \sin\varphi$

$$\frac{1}{3} m L^2 \ddot{\varphi} = -\frac{1}{2} m g L \sin\varphi$$

$$\rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{3}{2} \frac{g}{L} \sin\varphi = 0$$

kleine Auslenkungen: $\sin\varphi \sim \varphi$

$$\ddot{\varphi} + \frac{3}{2} \frac{g}{L} \varphi = 0$$

d) mit Ansatz $\varphi = \varphi_0 \cos\omega t \rightarrow -\omega^2 \varphi + \frac{3}{2} \frac{g}{L} \varphi = 0$

$$\rightarrow \omega^2 = \frac{3}{2} \frac{g}{L} = (2\pi\nu)^2$$

$$\nu = 1\,\text{Hz}: \quad L = \frac{3}{2} \frac{g}{4\pi^2 \nu^2} = \frac{3 \cdot \cancel{10} \frac{m}{s^2}}{8 \cdot \cancel{\pi^2}\, 1 s^2} \approx \frac{3}{8} m \sim 37.5\,\text{cm}$$

Klausur Physik I 4. März 2011

④ a) Energie, schwache Dämpfung: $E = E_0 e^{-t/\tau}$

zeitl. Abnahme der Energie: $\dot{E} = -\frac{1}{\tau} E_0 e^{-t/\tau} = -\frac{1}{\tau} E$

pro Zyklus verlorene Energie: $\Delta E = |\dot{E} T| = T \frac{E}{\tau}$

$\rightarrow Q = 2\pi \frac{E}{T\frac{E}{\tau}} = \frac{2\pi}{T} \cdot \tau = \omega \tau$ q.e.d.

b) Amplitude auf $\frac{1}{2}$ $\rightarrow E = \frac{1}{4} E_0$ wg $E \propto A^2$

$\rightarrow \frac{1}{4} E_0 = E_0 e^{-t/\tau}$

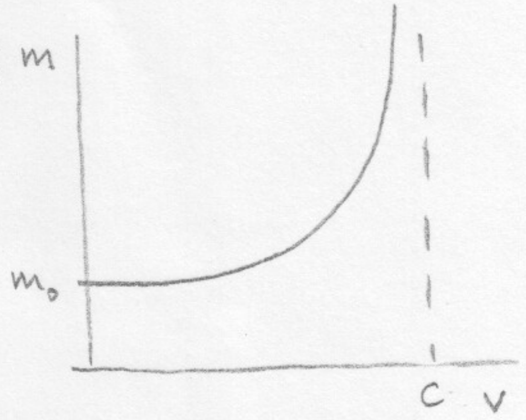
$-\ln 4 = -\frac{t}{\tau}$

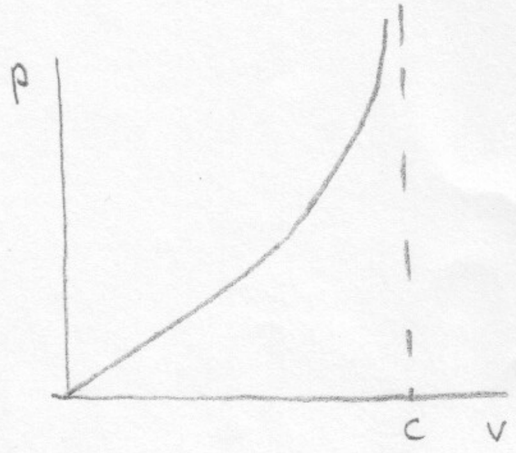
$\rightarrow t = \tau \ln 4 = \frac{Q}{\omega} \ln 4 = \frac{2Q}{\omega} \ln 2 = \frac{2 \cdot 1300}{2\pi\, 440\, s^{-1}} \ln 2 \sim \ln 2\, s \sim 0.7\, s$

c) Luftwiderstand / Schallabstrahlung

innere Reibung / Relaxation

⑤ a)





b) Gesamtenergie: $E = mc^2$

Ruheenergie: $E_0 = m_0 c^2$

$\frac{E}{E_0} = 2 = \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4}$

$\frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4}$

$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c \approx 0.85\, c$