Klassische Experimentalphysik I (Mechanik) WS 21/22

Klausur 2
Mittwoch, 30.03.2022

Name: Matrikelnr.:

Aufgabe 1	/ 7 Punkte
Aufgabe 2	/ 5 Punkte
Aufgabe 3	/ 4 Punkte
Aufgabe 4	/ 6 Punkte
Aufgabe 5	/ 5,5 Punkte
Aufgabe 6	/ 6,5 Punkte
Gesamt	/ 34 Punkte
Note	

Kommentar zu den Punkten:

- Die Punktzahl für jede Aufgabe und Teilaufgabe ist in Klammern angegeben.
- Insgesamt können 34 Punkte erreicht werden.
- Zum Bestehen werden 11 Punkte benötigt.
- Für eine Note von 1,0 werden 29 Punkte benötigt. Es gibt also insgesamt mehr erreichbare Punkte, als für die beste Note benötigt werden! Machen Sie sich also keine Sorgen, wenn Sie nicht alle Aufgaben schaffen!

Bitte beachten Sie:

- Schreiben Sie *leserlich* Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer
  - auf *dieses Deckblatt* in die dafür vorgesehenen Felder,
  - *oben auf jedes Bearbeitungsblatt*.

  Es werden nur Blätter gewertet, auf denen Name und Matrikelnummer stehen.

- Es sind keine Hilfsmittel wie Formelsammlung oder Taschenrechner erlaubt.
- Wenn Rechnungen mit Zahlenwerten erforderlich sind, sind diese im Kopf durchführbar (wenn das scheinbar nicht der Fall ist, haben Sie vermutlich etwas falsch gemacht).
- Verwenden Sie, falls notwendig, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ als Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche.
- Es bietet sich immer an, so lange wie möglich symbolisch zu rechnen und erst am Ende, sofern verlangt, Zahlen einzusetzen.
- Falls Sie ein Zwischenergebnis benötigen, dieses jedoch nicht haben, rechnen Sie symbolisch mit der Größe weiter.

Termine:

- Die vorläufigen Ergebnisse der Klausur werden spätestens am **06.04.2022 um 14:00 Uhr** veröffentlicht. Wir werden Sie mit einer E-Mail darüber informieren.
- Melden Sie sich nach Veröffentlichung der vorläufigen Ergebnisse gegebenenfalls direkt zur Klausureinsicht an. In der angesprochenen E-Mail wird das Verfahren zur Anmeldung erklärt.
- Die Klausureinsicht findet am **08.04.2022 ab 14 bis 17 Uhr** in Seminarraum 3/1 im Physikhochhaus (Geb. 30.23) statt. Halten Sie sich diesen Zeitraum also frei! Die Einsicht wird in kleinen Gruppen (zu unterschiedlichen Zeitpunkten) stattfinden um die Anzahl der Kontakte etwas einzuschränken.
- Falls dies Ihr zweiter Versuch für diese Prüfungsleistung ist und Sie diese nicht bestehen sollten, wird Ihnen die Möglichkeit für eine mündliche Nachprüfung gegeben. In der Nachprüfung können Sie nur bestehen (Note 4,0) oder nicht bestehen. Die (bei Bedarf notwendigen) mündlichen Nachprüfungen finden am Dienstag, dem **12.04.2022**, nachmittags statt. Falls dies für Sie relevant sein könnte, halten Sie sich diesen Tag frei!

Aufgabe 1: Kurzfragen (7 Punkte)

a) Eine dimensionslose Größe x wird 100 Mal gemessen. Der Mittelwert der Messwerte ist $\hat{x} = 10$ und die Stichprobenstandardabweichung der Messwerte $\sigma_{\hat{x}} = 2$. Welche absolute und relative Unsicherheit besitzt der Mittelwert $\hat{x}$? **(1 Punkt)**

b) Ein Objekt rotiert im Uhrzeigersinn in der x-y-Ebene eines rechtshändigen Koordinatensystems um eine raumfeste Achse. In welche Richtung zeigt der Vektor der Winkelgeschwindigkeit?
Hinweis: Beachten Sie auch Vorzeichen! **(0,5 Punkte)**

c) Erläutern Sie kurz die beiden Eigenschaften der Masse, träge und schwer zu sein. **(1 Punkt)**

d) Ein Objekt der Masse m gleitet mit konstanter Geschwindigkeit eine schiefe Ebene hinunter. Skizzieren und benennen Sie diejenigen Komponenten der auf das Objekt einwirkenden Kräfte, die für diese gleichförmig geradlinige Bewegung verantwortlich sind. **(1 Punkt)**

e) Bei welchem x-Wert liegt der Schwerpunkt eines eindimensionalen Systems aus zwei Massepunkten mit $m_1 = m$ bei $x = 1\,\text{cm}$ und $m_2 = 3m$ bei $x = 5\,\text{cm}$? **(0,5 Punkte)**

f) Geben Sie die potenzielle Energie einer Probemasse m unter Einfluss der Gravitationskraft eines Massepunkts mit Masse M als Funktion des Abstands r der beiden Massen an. Fertigen Sie außerdem eine Skizze der potenziellen Energie als Funktion des Abstands r an. **(1 Punkt)**

g) Formulieren Sie in Worten das archimedische Prinzip. **(0,5 Punkte)**

h) Geben Sie eine Funktion an, welche eine harmonische Welle beschreibt. Wie hängen für eine solche harmonische Welle Kreisfrequenz ω und Wellenzahl k zusammen? Bezeichnen Sie eventuell dabei auftretende weitere physikalische Größen.
(1 Punkt)

i) Wie hängen in der Relativitätstheorie Energie, Impuls und Masse eines Objekts zusammen? **(0,5 Punkte)**

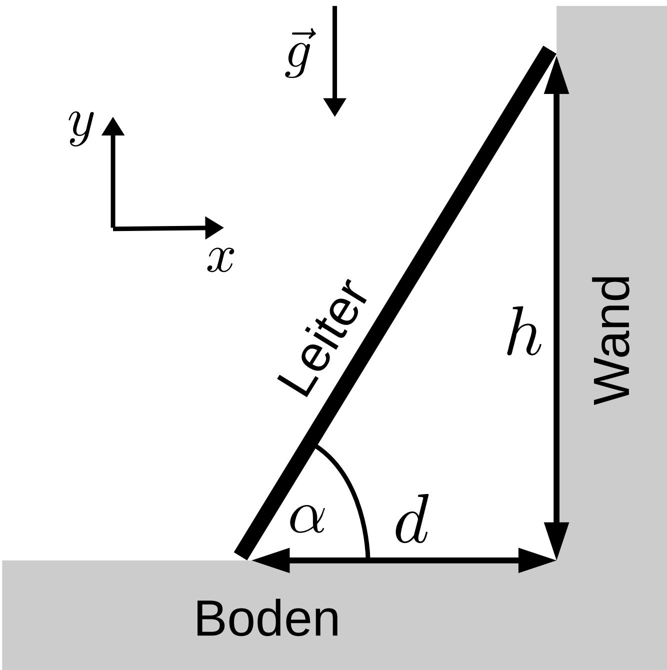
Aufgabe 2: Leiter (5 Punkte)

Gegeben sei eine Leiter der Masse m, welche an eine Wand an der Erdoberfläche (Gravitationsbeschleunigung $\vec{g}$) gestellt ist, siehe die gegebene Skizze. Der Auflagepunkt auf dem Boden hat einen Abstand d von der Wand. Der Auflagepunkt an der Wand befindet sich in einer Höhe h über dem Boden. Der Winkel zwischen Boden und Leiter ist α. Zwischen Boden und Leiter besteht Reibung, zwischen Leiter und Wand jedoch nicht.

Berechnen Sie die Kraft $\vec{F}_B = (F_{B,x}, F_{B,y})$, welche der Boden auf die Leiter am Auflagepunkt aufbringt, wenn die Leiter stabil steht.

Tipps:

- Die Kraft $\vec{F}_B$ zeigt im Allgemeinen nicht entlang der Leiter.
- Überlegen Sie sich, wo sich der Schwerpunkt der Leiter befindet.
- In welche Richtung wirkt die Kraft, welche die Wand auf die Leiter aufbringt, wenn keine Reibung zwischen Wand und Leiter besteht?



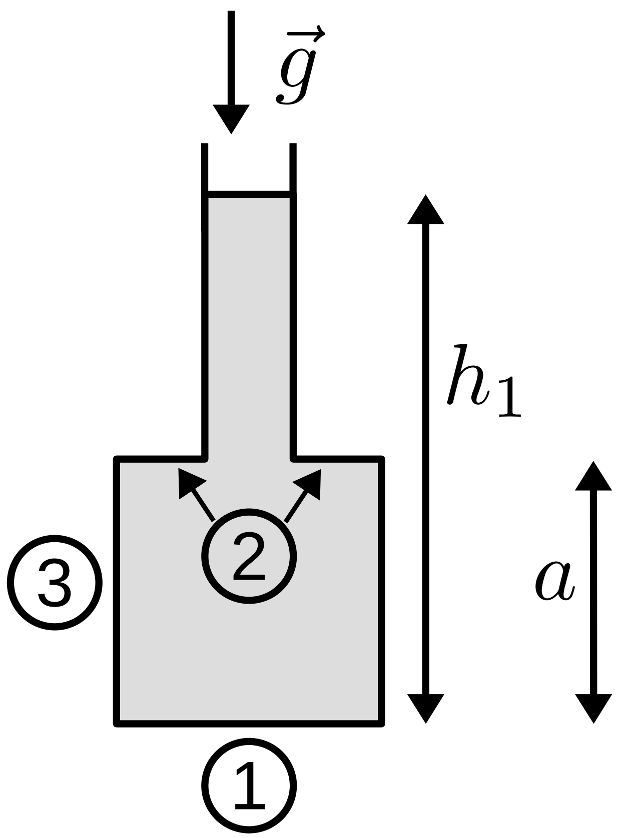
Aufgabe 3: Hydrostatik (4 Punkte)

Ein würfelförmiger Tank an der Erdoberfläche (Gravitationsbeschleunigung $\vec{g}$) mit einer Seitenlänge von $a = 2\,\mathrm{m}$ besitzt oben ein Steigrohr von $100\,\mathrm{cm}^2$ Querschnittsfläche, welches bis zu einer Höhe von $h_1 = 4{,}5\,\mathrm{m}$ über der Bodenfläche des Tanks mit Wasser (Dichte $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$) gefüllt ist, siehe die gegebene Abbildung.

a) Wie groß sind die Drücke auf die Bodenfläche ① und die Deckfläche ②? **(1,5 Punkte)**

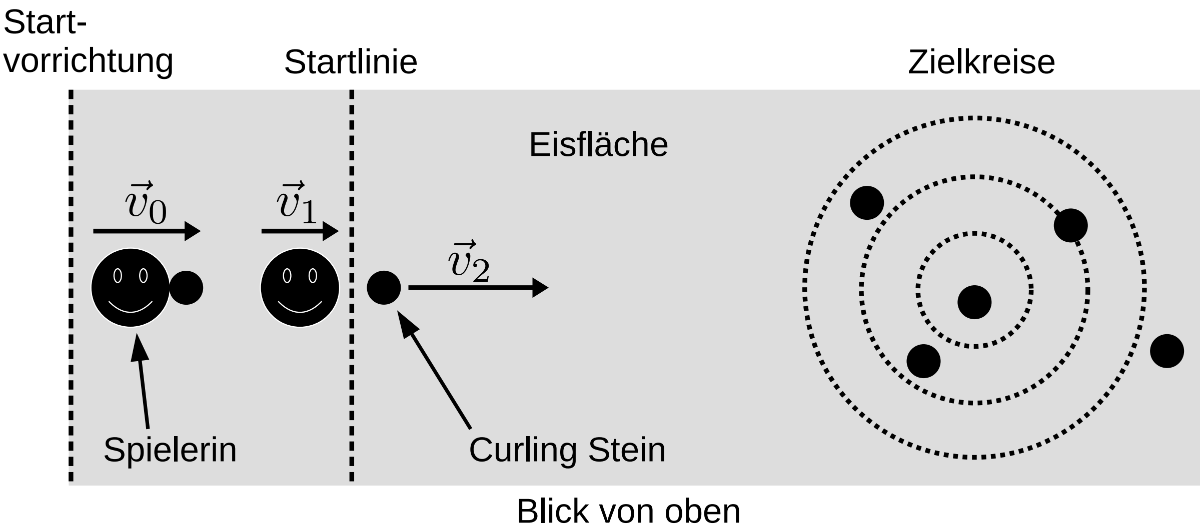
b) Berechnen Sie die gesamte auf die Seitenfläche ③ wirkende Kraft F_{ges}. Wie groß ist der mittlere Druck auf die Seitenfläche? **(2,5 Punkte)**

Hinweis: Der mittlere Druck auf eine Fläche A ist definiert als das Verhältnis F_{ges}/A, wobei $F_{\mathrm{ges}} = \int_A dF$ die gesamte auf diese Fläche wirkende Kraft ist.



Aufgabe 4: Curling (6 Punkte)

Wir betrachten im Folgenden sehr vereinfacht das Spiel „Curling“. Das Prinzip von Curling ist einfach (eigentlich nur vermeintlich) und das Spiel findet im Prinzip in einer zweidimensionalen Ebene aus Eis statt. Das Ziel der Spielenden ist schwere Steine so nahe wie möglich am Zentrum mehrerer konzentrischer Zielkreise zu platzieren. Dazu werden die Steine nacheinander aus einer großen Entfernung angestoßen und rutschen dann über die Ebene aus Eis bis zu den in dieser Ebene eingezeichneten Kreise. Die Steine bleiben dann je nach Geschick der Spielenden entweder inner- oder außerhalb der Kreise stehen. Es ist ebenso erlaubt gegnerische Steine aus den Kreisen mit dem eigenen Stein herauszustoßen.



Im Folgenden betrachten wir eine Spielerin der Masse $M = 70\,\mathrm{kg}$ und Curling-Steine der Masse $m = 20\,\mathrm{kg}$, welche als flache zweidimensionale Scheiben aufgefasst werden können. Weiterhin seien die Curling-Steine unverformbar und rutschen ohne Reibung über das Eis.

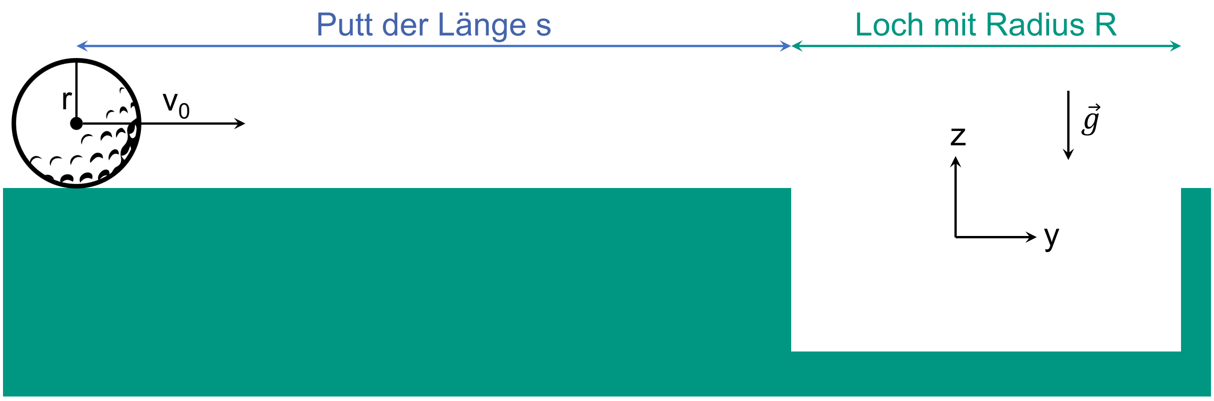
a) Zunächst betrachten wir den Abstoßvorgang. Die Spielerin drückt sich mit der Kraft $F = 360\,\mathrm{N}$ mit den Beinen von einer Startvorrichtung über eine Strecke von $s = 0{,}5\,\mathrm{m}$ ab und rutscht nach dem Abstoßvorgang zusammen mit dem Stein mit einer konstanten Geschwindigkeit $v_0 = |\vec{v}_0|$, siehe die Skizze. Berechnen Sie die Geschwindigkeit v_0. **(1,5 Punkte)**

b) Die Spielerin rutscht mit dem Stein bis zur Startlinie. Kurz vor Erreichen der Startlinie gibt die Spielerin dem Stein noch einen Schubs und lässt diesen dann los, siehe die Skizze. Nach dem Schubs hat die Spielerin die Geschwindigkeit $v_1 = |\vec{v}_1| = 6/7 \cdot v_0$. Ist der Vorgang des Schubs vollkommen elastisch? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie sich überlegen, welche Erhaltungssätze gelten. Berechnen Sie im Anschluss die Geschwindigkeit $v_2 = |\vec{v}_2|$ des Steins nach dem Schubs. **(3 Punkte)**

c) Der Stein bewegt sich nun mit konstanter Geschwindigkeit v_2 auf einen auf dem Spielfeld schon platzierten und ruhenden Stein zu. Zeigen Sie, dass bei einem vollständig elastischen Zusammenstoß, nach welchem sich beide Steine bewegen, der Winkel zwischen den Bewegungsrichtungen der beiden Steine 90° betragen muss. **(1,5 Punkte)**

Aufgabe 5: Golf: Der wirklich finale Schlag (5,5 Punkte)

Tiger Woods möchte nach einem missglückten „Lip out“ nun zu einem wirklich letzten Schlag ansetzen, um die Veranstaltung zu beenden. Dieser Schlag, auch „Putt“ genannt, ist beim Golfspiel ähnlich zum Einlochen beim Minigolf. Dabei wird der Ball mit einem Putter geschlagen und rollt über das Grün bis zum Loch, fällt je nach Geschwindigkeit anschließend hinein oder geht über die gegenüberliegende Lochkante hinaus. Betrachten Sie folgende Abbildung zur Verdeutlichung (nicht maßstabsgetreu):



Um den Ball aus einer Entfernung s zur näheren Lochkante nun zentral und sicher in das Loch zu befördern, sollten Sie sich fragen, mit welcher Geschwindigkeit v_0 der Ball mindestens geschlagen werden muss, damit er bis zum Loch kommt und anschließend hineinfallen kann (untere Geschwindigkeitsschranke), aber gleichzeitig auch, mit welcher Geschwindigkeit der Ball höchstens gespielt werden darf, damit er nicht über das Loch hinaus geht (obere Geschwindigkeitsschranke). Ein Ball gilt für die hier betrachtete Situation als eingelocht, sofern sich mindestens die Hälfte seines Volumens innerhalb des Lochs befindet. Nehmen Sie an, dass der Ball gleitet und eine Reibung durch den Kontakt mit dem Boden erfährt, aber vernachlässigen Sie Luftreibungseffekte. Gespielt wird an der Erdoberfläche. Damit kann die Geschwindigkeit des Balls $v(t)$ zum Zeitpunkt t ausgedrückt werden über

$$v(t) = v_0 - \mu g t \,,$$

wobei v_0 die Anfangsgeschwindigkeit des Balls durch den ausgeführten Schlag ist, welche mit der Zeit durch die Reibung (Reibungskoeffizient μ) abnimmt.

a) Untere Geschwindigkeitsschranke:
Bestimmen Sie, mit welcher Geschwindigkeit v_0 der Ball mindestens geschlagen werden muss, damit dieser in das Loch fallen kann. Dieser Ausdruck sollte nur noch von der Länge s des Putts sowie weiteren gegebenen Konstanten abhängen. **(2 Punkte)**
Tipp: Es ist hilfreich die zum Zeitpunkt t zurückgelegte Strecke des Balles unter Berücksichtigung dessen abnehmender Geschwindigkeit zu berechnen.

b) Obere Geschwindigkeitsschranke:

i) Auf welcher Höhe bzgl. des Bodens der Strecke muss sich der Schwerpunkt des Balles befinden, damit dieser als eingelocht zählt? **(0,5 Punkte)**

ii) Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem und formulieren Sie die Funktion der Bahnkurve $z(y)$ des Schwerpunkts des Balles. **(1,5 Punkte)**

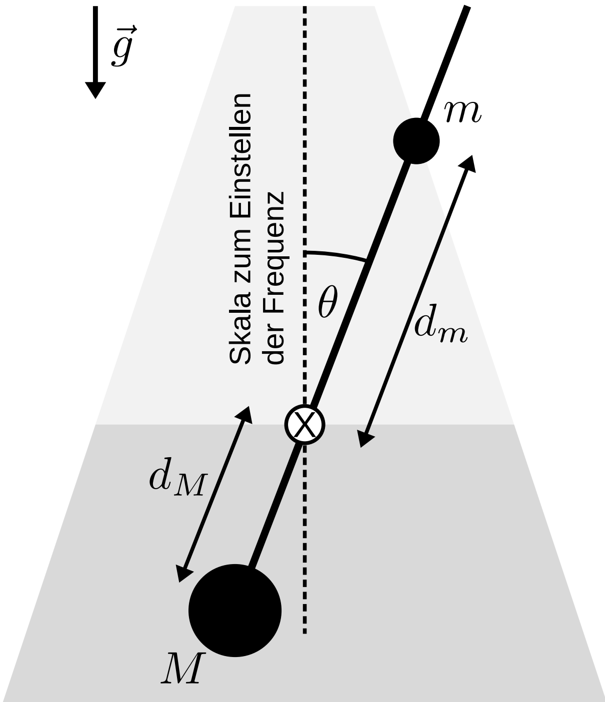
iii) Stellen Sie die Bedingungen (mathematisch oder in Worten) für die beiden relevanten Raumkoordinaten y, z der Bahnkurve auf, damit der Ball ins Loch fällt. **(0,5 Punkte)**

iv) Bestimmen Sie daraus, mit welcher Geschwindigkeit v_0 als Funktion von s der Ball höchstens geschlagen werden darf, damit dieser noch in das Loch fällt. **(1 Punkt)**

Aufgabe 6: Metronom (6,5 Punkte)

Gegeben sei ein Metronom an der Erdoberfläche, bestehend aus den zwei punktförmigen Massen m und M, welche über eine masselose und unverformbare Stange verbunden sind. Die Stange ist am Punkt $\otimes$ aufgehängt und kann um die zur Papierebene senkrechte Achse, welche durch den Aufhängepunkt verläuft, rotieren. Die Masse M ist in einem Abstand d_M vom Aufhängepunkt der Stange fest fixiert. Im Gegensatz dazu ist der Abstand d_m der Masse m vom Aufhängepunkt durch den Nutzer einstellbar. Nach dessen Einstellung ist der Abstand d_m jedoch ebenfalls konstant.

Ein Metronom wird in der Musik dazu verwendet, ein bestimmtes Tempo akustisch vorzugeben. Dazu wird die Stange um einen Winkel $\theta_0 > 0$ ausgelenkt und dann aus dem Ruhezustand heraus losgelassen. Die Stange führt dann eine Schwingung um die vertikale Achse (gestrichelte Linie) aus, welche durch den Winkel $\theta(t)$ beschrieben werden kann. Bei jedem Nulldurchgang des Winkels wird ein kurzer Ton bzw. ein Klickgeräusch erzeugt, woran sich z. B. ein/e Musiker/in orientieren kann. Der zeitliche Abstand bzw. die Frequenz der Klickgeräusche hängt vom eingestellten Abstand d_m ab.



a) Was muss gelten, damit es nach dem Loslassen zu einer Schwingung mit $|\theta(t)| \leq \theta_0$ für jeden Zeitpunkt t kommt, also keine Überschwingung stattfindet? Antworten Sie kurz in Worten oder mit einer mathematischen Relation. **(0,5 Punkte)**

b) Für eine Schwingung mit $|\theta(t)| \leq \theta_0$ für jeden Zeitpunkt t:

   i) Wird die Periodendauer der Schwingung größer, kleiner oder bleibt diese gleich, wenn der Abstand d_m vergrößert wird? Begründen Sie Ihre Antwort kurz. **(1 Punkt)**

   ii) Wird die Frequenz der Schwingung größer, kleiner oder bleibt diese gleich, wenn die Masse m verkleinert wird? Begründen Sie Ihre Antwort kurz. **(1 Punkt)**

c) Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung für den Winkel $\theta(t)$ durch

$$\ddot{\theta}(t) + \left(\frac{d_M \cdot M - d_m \cdot m}{d_M^2 \cdot M + d_m^2 \cdot m}\right) \cdot g \cdot \sin(\theta(t)) = 0$$

gegeben ist. Begründen oder berechnen Sie dabei explizit die Vorzeichen im Zähler des auftretenden Bruchs. (**2,5 Punkte**)

d) Welche Relation muss für M, m, d_M und d_m gelten, sodass unter der Annahme von $\theta_0 \ll 1$ das Metronom bzw. die Stange eine harmonische Schwingung ausführt? Geben Sie dann die Kreisfrequenz ω_0 dieser harmonischen Schwingung an. (**1,5 Punkte**)