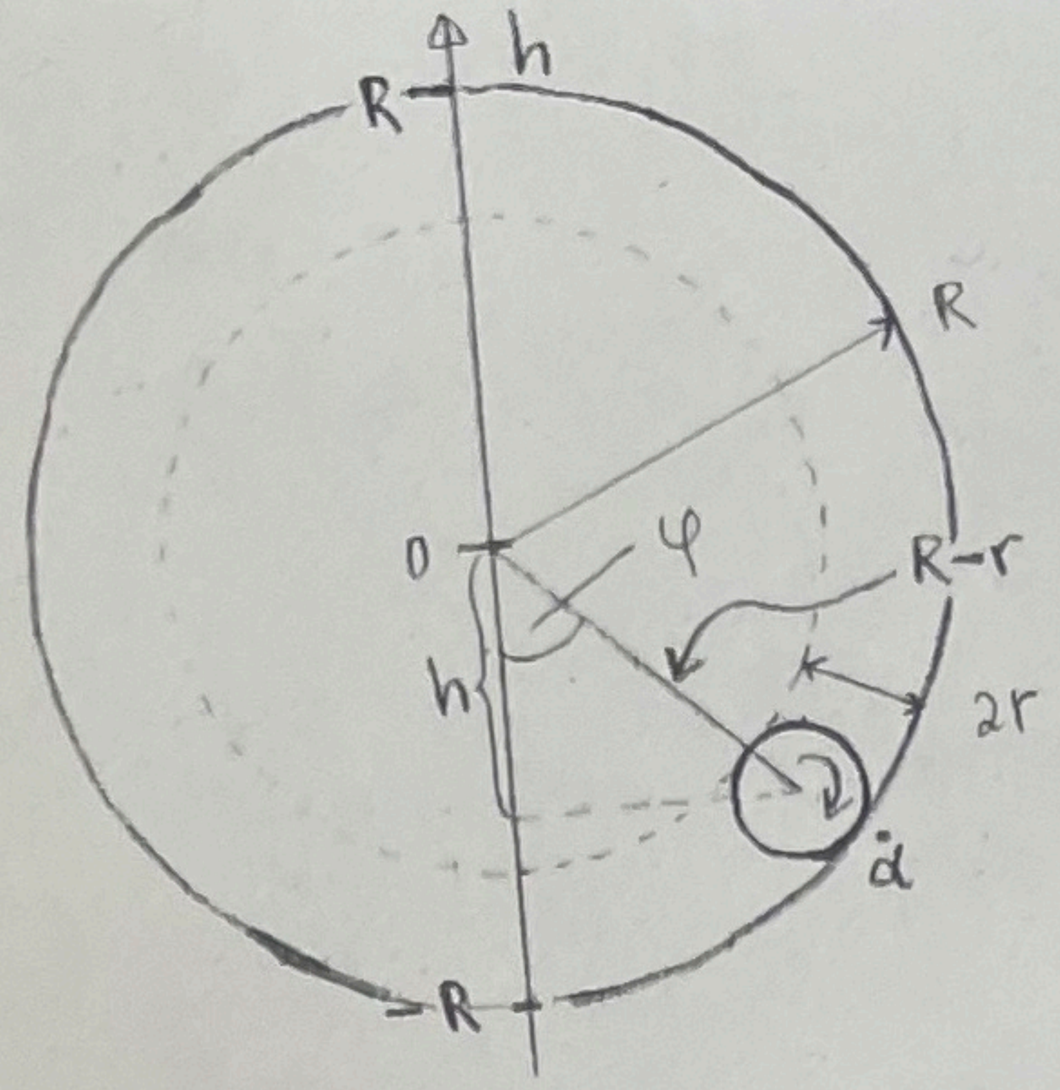
3.)

a) skizze zur Def. der Größen



$I_{Kugel} = \frac{2}{5} m r^2$

$\cos\varphi = \frac{h}{(R-r)}$

$E_{Pot} = (-)\, m\,(R-r)\cos\varphi \cdot g$

$E_{kin} = \frac{1}{2} m v_S^2 = \frac{1}{2} m\,\omega^2 (R-r)^2 = \frac{1}{2} m\,\dot\varphi^2 (R-r)^2$

$E_{rot} = \frac{1}{2} I_K \dot\alpha^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5} m r^2 \dot\alpha^2$

$v_S = \dot\varphi (R-r) = \dot\alpha \cdot r$

$\Rightarrow \dot\alpha = \frac{R-r}{r}\dot\varphi$

$E_{rot} = \frac{1}{5} m\,(R-r)^2 \dot\varphi^2$

b) $F_g = \text{grad}\,\underbrace{(m\cdot g\cdot h)}_{E_{Pot}} = m\cdot g$ = konst. ⇝ konservativ

F_{ZP} ist konservativ, da $\vec F = m\cdot\vec a \perp \vec v$

⇝ E_{ges} = konstant

c) 1) $E_{ges} > 2mg(R-r)$: Kugel rollt im Looping immer herum

2) $E_{ges} < 2mg(R-r)$: Kugel rollt mit φ groß hin und her → DGL nicht linear

3) $E_{ges} \ll 2mg(R-r)$: für kleine φ : Bewegungsgleichung lässt sich linearisieren → harmonische Schwingung

4.)

a) $v_{max} = c$

$t_{min} = \frac{h}{v_{max}} = \frac{9{,}6 \text{ km}}{300\,000 \text{ km}} \cdot s$

$t_{min} = 3{,}2 \cdot 10^{-5}$ s

b) $t' = \gamma \cdot t \;\leadsto\; \gamma = \frac{t'}{t}$

mit $t' = 3{,}2\cdot 10^{-5}$ s = 32 µs

$t = 2$ µs

$\leadsto \gamma \approx 16$

$\gamma^2 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \;\leadsto\; 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{16^2}$

$\Leftrightarrow v^2 = (1 - \frac{1}{16^2})\,c^2 \;\leadsto\; v = c\,[1 - \frac{1}{16^2}$

$v \underset{\uparrow}{=} c\,(1 - \frac{1}{2}(\frac{1}{16^2}))$

Näherung

$1 : 256 \approx 0{,}004$

$1/2 \cdot 0{,}004 = 0{,}002$

$1 - 0{,}002 = 0{,}998$

$\leadsto v \approx 0{,}998 \cdot c$

1.)

a) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{72000\ m}{3600\ s}$

$v = 20\ \frac{m}{s}$

b) $\sigma_v = \frac{\partial v}{\partial x}\ \sigma_x$

$\sigma_v = \sigma_x\ \frac{1}{\Delta t}$ mit $\sigma_x = 0{,}2\ m$

mit $\Delta t = \frac{1}{50 s} = 20\ ms$

$\sigma_v = \sigma_x\ \frac{1}{\Delta t} = \frac{0{,}2\ m}{20\ ms} = 10\ \frac{m}{s}\ (= 36\ \frac{km}{h})$

c)

$\sigma_x = 0{,}2\ m$

$2\sigma_v \overset{!}{=} 2\ \frac{km}{h} = \frac{2000\ m}{3600\ s} \rightsquigarrow \sigma_v = \frac{10}{36}\ \frac{m}{s} = 1\ \frac{km}{h}$

$\sigma_v = \frac{\sigma_x}{\Delta t}$

$\Rightarrow \Delta t = \frac{\sigma_x}{\sigma_v} = \frac{0{,}2\ m}{1000\ m} \cdot 3600\ s$

$\Delta t = 0{,}72\ s$

2.)

a) 1) $F = 0 \Leftrightarrow v = \text{konst.}$

2) $F = m \cdot a$

3) $F(a \to b) = -F(b \to a)$

1) $S' : x' = \text{konst.} \Rightarrow v' = 0 \Rightarrow F' = 0$

$S : x = \underset{\text{konst.}}{x'} + \underset{\text{konst.}}{v_0}\, t \Rightarrow v = \text{konst.} \Rightarrow F = 0$

2) $S' : F' = m \cdot a'$ mit $a' = 0 \Rightarrow F' = 0$

$S: a = \frac{dv_0}{dt} = 0 \Rightarrow F = 0$

3) $S' : F'(\text{Kugel} \to \text{Tisch}) + F'(\text{Tisch} \to \text{Kugel}) = 0$

$S : v_{0z} = 0 \Rightarrow a_{0z} = 0$

$\Rightarrow F(\text{Kug.} \to \text{Tisch}) + F(\text{Tisch} \to \text{Kug.}) = 0$

c) $S' : a = \frac{dv_0}{dt} \neq 0 \Rightarrow F' = m \cdot a$

S: Keine Kraft : $F = 0$, da $a = 0$

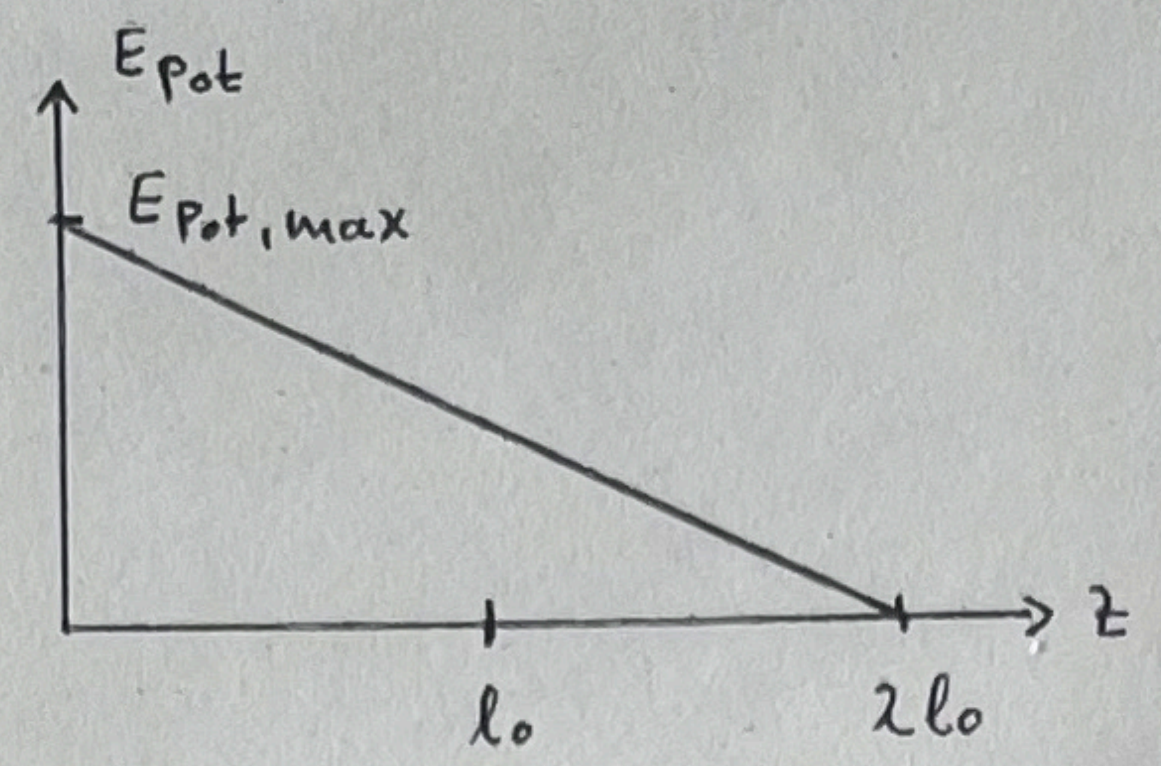
$\Leftarrow$ da $v = \text{Konst.} = v_0$

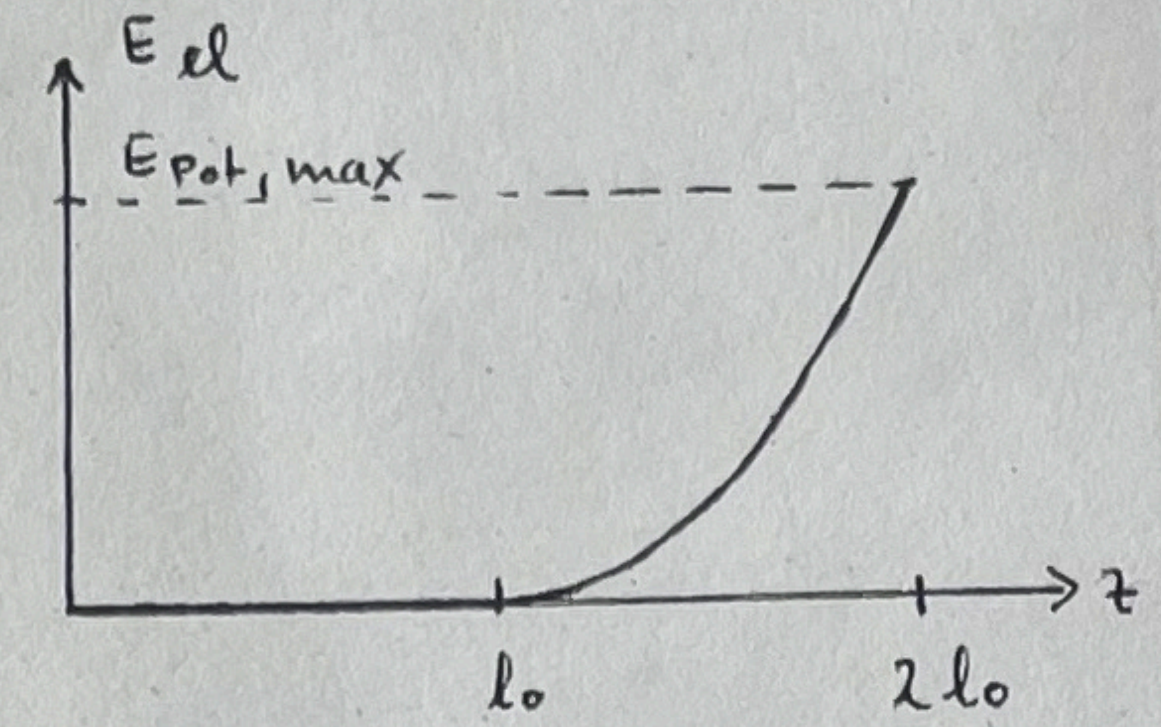
(Kugel ist nicht an Tisch befestigt)

5.)

Start bei $z = 0$ bis $z = 2 l_0$

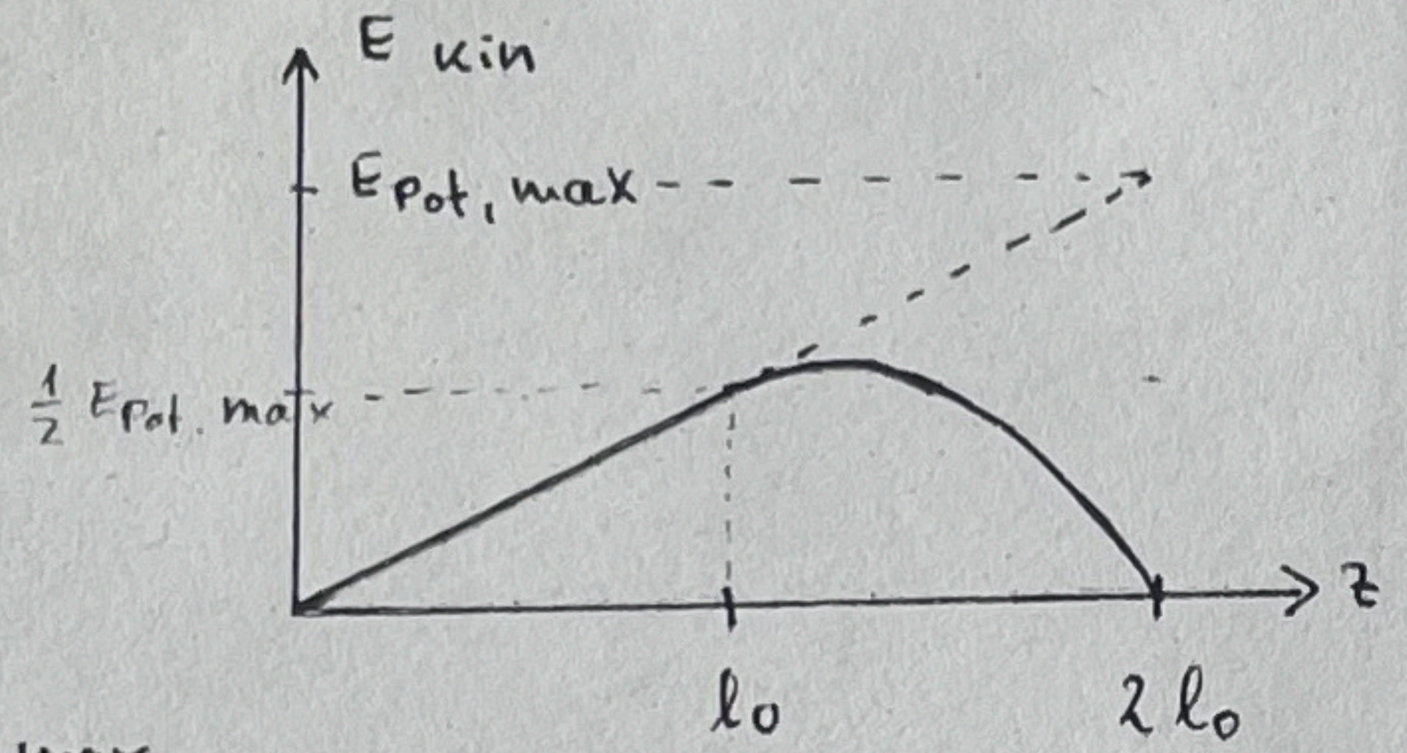
$$E_{Pot} = m \cdot g \, (2 l_0 - z)$$





$$E_{el} = 0 \, , \quad z < l_0$$

$$E_{el} = \frac{1}{2} D \, (z - l_0)^2 \, , \quad z > l_0$$



$z < l_0$:

$$E_{kin} + E_{Pot} = \text{konst.} = E_{Pot, max}$$

$$E_{kin} + mg \, (2 l_0 - z) = 2 l_0 m g$$

$$\Leftrightarrow \quad E_{kin} = m \cdot g \cdot z$$

$z > l_0$:

$$E_{Pot, max} = \text{konst.} = E_{kin} + E_{Pot} + E_{el}$$

$$2 l_0 \, m \cdot g = E_{kin} + mg \, (2 l_0 - z) + \frac{1}{2} D (z - l_0)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad E_{kin} = m \cdot g \cdot z - \frac{1}{2} D \, (z - l_0)^2$$

6.)

a) $p \sim \frac{1}{V} \Rightarrow \frac{p_0}{p} = \frac{V}{V_0} = \frac{H - h}{H} = \frac{1}{5}$

$\Leftrightarrow \; p = 5 p_0$ Schweredruck: $\rho g h$

$$\rho g h = 1000 \, kg/m^3 \cdot 10 \, \frac{m}{s^2} \cdot 4 \, m = 0{,}4 \, Pa = 0{,}4 \, bar$$

$$p_{Boden} = p + \rho g \cdot h = 5 \, bar + 0{,}4 \, bar = 5{,}4 \, bar$$

Bernoulli: $p + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2} \rho v^2$

$$\Leftrightarrow \quad v^2 = \frac{2}{\rho} \left((p - p_0) + \rho g h \right) = 2gh + \frac{2 (p - p_0)}{\rho}$$

$$v^2 = 2 \cdot 10 \, \frac{m}{s^2} \cdot 4 \, m + \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^5 \, kg}{m s^2 \cdot 10^3 \, \frac{kg}{m^3}}$$

$$v^2 = 880 \, \frac{m^2}{s^2}$$

$$v \approx 29 \, \frac{m}{s}$$

b) Energieerhalt:

$$\frac{1}{2} m v^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$\Leftrightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g} = \frac{880 \, \frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 10 \, \frac{m}{s^2}}$$

$$h = 44 \, m$$

mit $v = 40 \, \frac{m}{s}$

$$\rightsquigarrow \quad h = 80 \, m$$