

1) Kugelkoordinaten (1 + 2)

Analog zur Aufgabe Ü2-1 (Zylinderkoordinaten) gibt es eine Transformationsvorschrift von kartesischen Koordinaten in Kugelkoordinaten:

$$\vec{r}(t) = (x_1, x_2, x_3) = (r \sin J \cos j, r \sin J \sin j, r \cos J) \quad \text{mit} \quad r \geq 0, 0 \leq j < 2\pi \text{ und } 0 \leq J < \pi$$

Es gilt: $x = r \sin J \cos j$, $y = r \sin J \sin j$, $z = r \cos J$

- Bestimmen sie die Einheitsvektoren $\vec{e}_r$, $\vec{e}_j$ und $\vec{e}_J$. (Tipp: Leiten sie $\vec{r}(t)$ partiell nach der jeweiligen Koordinate und normieren sie den Vektor. Stehen die Vektoren senkrecht aufeinander?)
- Drücken sie $\vec{r}(t)$ durch die Einheitsvektoren $\vec{e}_r$, $\vec{e}_j$ und $\vec{e}_J$ aus und berechnen sie $\dot{\vec{r}}(t)$ und $\ddot{\vec{r}}(t)$. (Tipp: Benutzen sie die Cramersche Regel [Vorkurs] um die Parameterdarstellung der Einheitsvektoren $\vec{e}_r$, $\vec{e}_j$ und $\vec{e}_J$ nach $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ und $\vec{e}_3$ aufzulösen.)

2) Drehimpuls und Drehmoment (2)

Geben sie für einen Massenpunkt der Masse m mit der Bahn $\vec{r}(t) = (a \cos \omega t, b \sin \omega t, 0)$ den Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ und das Drehmoment $\vec{D} = \dot{\vec{L}}$ in Bezug auf den Ursprung an.

3) Impuls und Kraft am Rammpfahl (1 + 1)

Ein Kran hebt eine Last von 1t um 8,5m in die Höhe. Anschließend wird die Last ausgeklinkt und sie fällt senkrecht auf einen Rammpfahl.

- Wie groß ist der übertragene Impuls?
- Bestimmen sie die Kraft auf den Pfahl, wenn die Zeit für den Impuls 1/100s beträgt.

4) Rakete (2)

Eine Rakete hat beim Start eine Masse von 12,8t. Sie verbrennt je Sekunde gleichmäßig 125kg Treibstoff und stößt die Verbrennungsgase mit einer Geschwindigkeit von 2400m/s relativ zur Rakete nach hinten aus.

Welche Schubkraft wird ausgeübt? Wie groß ist ihre Beschleunigung vertikal nach oben beim Start und beim Brennschluß nach 70s?

5) Federkräfte (1)

Eine Feder ($l_1 = 31\text{cm}$, $D_1 = 40\text{ N/m}$) wird an eine zweite gehängt ($l_1 = 40\text{cm}$, $D_1 = 100\text{ N/m}$). Bei welcher Kraft werden beide Federn auf die gleiche Länge gedehnt? Wie groß ist diese Länge?