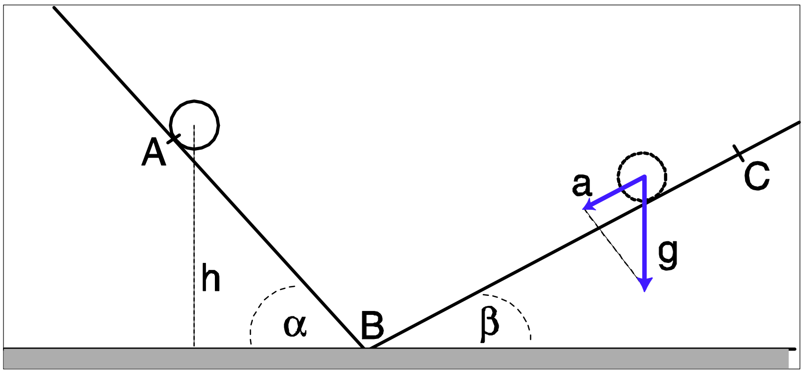
Übungen zur Physik I (Mechanik) **WS 04/05**

4. Übungsblatt **11.11.2004**

Bearbeitung bis Mi. 17.11.2004

1) Schiefe Ebenen (2)



Der Körper befindet sich zu Beginn im Punkt A in der Höhe h. Damit hat er im Punkt B die Geschwindigkeit $v_0 = \sqrt{2gh}$, was sich z.B. aus der Energieerhaltung $E_{pot} = E_{kin} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$ ergibt. Die Periodendauer setzt sich aus der Zeit T_1 für die Bewegung von B nach C und zurück zu B und der Zeit T_2 für die Bewegung von B nach A und zurück nach B zusammen.

T_1: Änderung von v_o längs der Bahn BC

$$v = v_0 - at = v_0 - gt \cdot \sin b$$

Im Punkt C ist $v = 0 \Rightarrow t_C = \dfrac{v_0}{g \cdot \sin b} \Rightarrow T_1 = 2t_C = \dfrac{2v_0}{g \cdot \sin b}$

T_2: Änderung von v_o längs der Bahn BA

$$v = v_0 - at = v_0 - gt \cdot \sin a \quad \Rightarrow t_A = \frac{v_0}{g \cdot \sin a} \Rightarrow T_2 = \frac{2v_0}{g \cdot \sin a}$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{2v_0}{g}\left(\frac{1}{\sin a} + \frac{1}{\sin b}\right) = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}\left(\frac{1}{\sin a} + \frac{1}{\sin b}\right)$$

2) Kreisbewegung (1 + 2)

a) Für die Zeit t_g bzw. für wt_g ergibt sich

$$t_g = \frac{2{,}5\text{m} \cdot 2\text{s}^{-1}}{10\text{ms}^{-2}} = \frac{1}{2}\text{s} \quad , \quad wt_g = 1 \quad \text{Daraus folgt:}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d}{dt}\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} -rw\sin wt \\ rw\cos wt \\ -gt \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{v}(t_g) = 5\frac{\text{m}}{\text{s}}\begin{pmatrix} -\sin 1 \\ \cos 1 \\ -1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -4{,}2 \\ 2{,}7 \\ -5{,}0 \end{pmatrix}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t) = -\begin{pmatrix} rw^2\cos wt \\ rw^2\sin wt \\ g \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{a}(t_g) = -10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\begin{pmatrix} \cos 1 \\ \sin 1 \\ 1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -5{,}4 \\ -8{,}4 \\ -10{,}0 \end{pmatrix}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) Für die Beträge der Geschwindigkeit und der Beschleunigung erhält man

$$v(t)=\sqrt{(rw)^2+(gt)^2}=rw\sqrt{1+\left(\frac{t}{t_g}\right)^2}$$

$$v(t_g)=rw\sqrt{2}=5\cdot\sqrt{2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\approx 7{,}07\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$a(t)=\sqrt{(rw^2)^2+(g)^2}=g\sqrt{1+(wt_g)^2}$$ unabhängig von t!

$$a(t_g)=g\sqrt{2}=9{,}81\cdot\sqrt{2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\approx 13{,}87\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

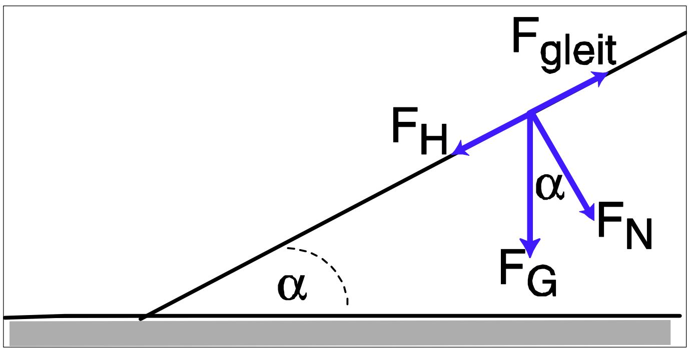
Für die tangentiale Beschleunigung berechnet man

$$a_T(t)=\frac{d}{dt}|\vec{v}|=\frac{d}{dt}\sqrt{(rw)^2+(gt)^2}=\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{(rw)^2+(gt)^2}}\cdot g^2 2t=\frac{g^2t}{\sqrt{(rw)^2+(gt)^2}}$$

$$=g\cdot\frac{t}{t_g\sqrt{1-\left(\frac{t}{t_g}\right)^2}}$$

$$a_T(t_g)=9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\approx 6{,}94\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

3) Reibung (1 + 1 +1)



Achtung! In der Vorlesung wurde F_N in die entgegen gesetzte Richtung definiert!!!!

a) Die Zerlegung der Gewichtskraft F_G in die horizontale (F_H) und vertikale (F_N) Komponente bzgl. der schiefen Ebene ergibt

$F_H = mg\sin a$ und $F_N = mg\cos a$

Da $v = const.$ gilt betragsmäßig $F_{gleit} = m_G\cdot F_N = F_H$, wobei die Reibungskraft der Bewegung und somit F_N entgegen wirkt.

$$\Rightarrow\quad mg\,\sin a = m_G\cdot mg\,\cos a \quad\Rightarrow\quad m_G=\frac{\sin a}{\cos a}=\tan a = 8{,}75\cdot 10^{-2}$$

b) Beim Hinaufziehen wirken Gewichtskraftkomponente F_H und Gleitreibungskraft in die gleiche Richtung, die aufgebrachte Kraft für das Ziehen mit konstanter Geschwindigkeit ist also

$F_1 = F_H + m_G\cdot F_N = 2\cdot \mathrm{mg}\,\sin a = 102{,}6\,\mathrm{N}$

c) Beim Hinaufziehen mit konstanter Beschleunigung a muß einfach zusätzlich die Kraft $F = m \cdot a$ aufgewendet werden, d.h. $F_2 = F_1 + m \cdot a = 192{,}6\,\mathrm{N}$

4) Harmonische Schwingung I (1)

Antwort (i) ist richtig. Begründungen:

a) Die gravitative potentielle Energie nimmt zwar ab, die elastische potentielle Energie der Feder dagegen ungleich mehr zu (sonst würde die Masse ja absinken).

b) Wird die Masse unten losgelassen, schnellt sie nach oben. In der Ruhelage, in der die potentielle Energie gleich ist wie vor dem Herunterziehen, besitzt sie kinetische Energie. Also muß die potentielle Energie im unteren Punkt größer gewesen sein als in der Ruhelage.

c) Beim Herunterziehen muß man Arbeit gegen die Rückstellkraft verrichten. Diese wird dem System zugeführt und steckt in der potentiellen Energie am unteren Punkt.

5) Harmonische Schwingung II (1 + 1)

Für Periode und (Kreis-)Frequenz von harmonischen Schwingungen gilt

$$T = 2p\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{und} \quad w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x(t) = x_0 \cos w_0 t \quad ; \quad \dot{x}(t) = -x_0 w_0 \sin w_0 t \quad ; \quad \ddot{x}(t) = -x_0 w_0^2 \cos w_0 t$$

$$a_{\max} = -x_0 \frac{k}{m} = -x_0 \left(\frac{2p}{T}\right)^2$$

a) Für eine Amplitude von $x_0 = 0{,}01\,\mathrm{m}$ ergibt sich also eine maximale Beschleunigung von $a_{\max} = 0{,}617\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Die Haftreibungskraft ist $F_H = m m_H g$. Beginnt der obere Klotz gerade zu rutschen, gilt $F = m \cdot a_s = F_H$ woraus sich die Startbeschleunigung $a_s = 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ berechnen lässt. Der obere Klotz verrutscht also zunächst nicht!

b) Bei einer Amplitude von $x_0 = 0{,}0405\,\mathrm{m}$ beginnt der obere Klotz zu rutschen.