Übungen zur Physik I (Mechanik)	WS 04/05
6. Übungsblatt	**25.11.2004**
Bearbeitung bis Mi. 01.12.2004	

Folgende Gleichungen gelten bei eindimensionalen Stoßprozessen (gestrichene Größen sind Größen nach dem Stoßprozeß):

Inelastischer Stoß: $v_1' = v_2' = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$

Elastischer Stoß: $v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$

$v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$

1) Kollision im Bahnhof (1 + 1 + 1)

a) Die Bedingung lautet:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot 0 \overset{!}{=} -v_2' = -\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot 0 - \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

$$\Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Leftrightarrow m_2 = 3m_1$$

b) Die Bedingung lautet:

$$3 \cdot v_1' = 3\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{3 \cdot 2m_2}{m_1 + m_2} \cdot 0 \overset{!}{=} v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot 0 - \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

$$\Rightarrow 3\left(m_1 - m_2\right) = 2m_1 \Leftrightarrow m_1 = 3m_2$$

c) Die Bedingung lautet:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot 0 \overset{!}{=} -\frac{1}{3} v_1$$

$$\Rightarrow m_1 - m_2 = -\frac{1}{3}\left(m_1 + m_2\right) \Leftrightarrow \frac{4}{3} m_1 = \frac{2}{3} m_2 \Leftrightarrow 2m_1 = m_2$$

2) Kugeln (2)

$$v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot 0 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2m_1}{m_1 + \frac{m_1}{2}} v_1$$

$$v_3' = \frac{m_3 - m_2}{m_2 + m_3} \cdot 0 + \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_2' = \frac{2 \cdot \frac{m_1}{2}}{\frac{m_1}{2} + \frac{m_1}{4}} \cdot \frac{2m_1}{m_1 + \frac{m_1}{2}} v_1 = \frac{16}{9} v_1$$

3) Kollision zwischen Proton und Deuteron (1 + 1 + 1)

Annahme: das Proton fliegt vor der Kollision in x-Richtung

a) Aus der Impulserhaltung folgt:

x-Komponente: $m \cdot v_1 = m \cdot v_1' \cdot \cos q_1 + 2 \cdot m \cdot v_2' \cdot \cos 45°$

y-Komponente: $0 = m \cdot v_1' \cdot \sin q_1 - 2 \cdot m \cdot v_2' \cdot \sin 45°$

$$\Rightarrow v_1' = 2 \cdot v_2' \cdot \frac{\sin 45°}{\sin q_1}$$

$$\Rightarrow v_1 = 2 \cdot v_2' \frac{\sin 45°}{\sin q_1} \cdot \cos q_1 + 2 \cdot v_2' \cdot \cos 45°$$

$$\Leftrightarrow \frac{v_1}{2} = v_2' \left(\frac{\sin 45°}{\sin q_1} \cdot \cos q_1 + \cos 45° \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} v_2' (\cot q_1 + 1)$$

$$\Leftrightarrow v_2' = \frac{v_1}{\sqrt{2}(\cot q_1 + 1)}$$

$$\Rightarrow v_1' = 2 \cdot \frac{v_1}{\sqrt{2}(\cot q_1 + 1)} \cdot \frac{\sin 45°}{\sin q_1} = \frac{v_1}{\sin q_1 + \cos q_1}$$

Aus dem Energiesatz folgt: $v_1^2 = v_1'^2 + 2 \cdot v_2'^2$

$$v_1^2 = \frac{v_1^2}{(\sin q_1 + \cos q_1)^2} + 2 \cdot \frac{v_1^2}{2(1 + \cot q_1)^2}$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{1}{1 + 2 \cdot \sin q_1 \cos q_1} + \frac{\sin^2 q_1}{1 + 2 \cdot \sin q_1 \cos q_1}$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 \cdot \sin q_1 \cos q_1 = 1 + \sin^2 q_1 \Leftrightarrow \tan q_1 = 2\,;\, q_1 = 63{,}435°$$

b) $$v_s = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \overset{v_2 = 0}{=} \frac{m_1 v_1}{3 m_1} = \frac{v_1}{3}$$

c) $$v_1' = 2 \cdot \frac{v_1}{\sqrt{2}(\cot q_1 + 1)} \cdot \frac{\sin 45°}{\sin q_1} = \frac{v_1}{\sin q_1 + \cos q_1} = 0{,}745 \cdot v_1$$

$$v_2' = \frac{v_1}{\sqrt{2}(\cot q_1 + 1)} = 0{,}471 \cdot v_1$$

4) Inelastischer Stoß zweier Massen (1 + 1 + 1)

a) Energien im Laborsystem:

$$E_{kin}(m_1) = \frac{m_1}{2}\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right) = 1 \cdot (9 + 4 + 1) \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 14\mathrm{Nm} \quad , \quad E_{kin}(m_2) = 36\mathrm{Nm}$$

Schwerpunktsgeschwindigkeit:

$$\vec{v}_S = \frac{1}{M} \sum m_i \cdot \vec{v}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Relativgeschwindigkeiten:

$$\vec{v}_{1S} = \vec{v}_1 - \vec{v}_S = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad , \quad \vec{v}_{2S} = \vec{v}_2 - \vec{v}_S = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_{kin,S}(m_1) = \frac{m_1}{2} v_{1S}{}^2 = 18\text{Nm} \quad , \quad E_{kin,S}(m_2) = 12\text{Nm}$$

b) Schwerpunktimpuls =Impuls des zusammengesetzten Teilchens nach dem Stoß:

$$M \cdot \vec{v}_S = M \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \quad , \quad E'_{kin}(M) = \frac{M}{2} v_S^2 = 20\text{Nm}$$

c) Der Bruchteil der umgewandelten Energie ist:

$$h = 1 - \frac{E'_{kin}(M)}{E_{kin}(m_1) + E_{kin}(m_2)} = 0{,}6$$

Im Schwerpunktsystem ist $E'_{kin,S} = 0$, d.h. die gesamte kinetische Energie der Relativbewegung ist in Wärmeenergie umgewandelt worden.