

### 1) Trägheitsmomente eines Torus (Fahrradreifen) (3)

Berechnen sie die Trägheitsmomente eines homogen mit Masse ausgefüllten Torus bezüglich seiner Symmetrieachsen (Hauptträgheitsmomente). Der Abstand vom Zentrum des Torus zum Zentrum des Ringreifens sei  $R$  (Abstand Radnarbe bis zum Zentrum des Schlauches), der Radius des Ringreifens sei  $r$ .

### 2) Hauptträgheitsachsen eines Würfels (Hauptachsentransformation) (2+2)

Trägheitstensoren sind symmetrisch und können daher nach den (bekannten) Regeln der Linearen Algebra durch Einführung eines neuen, gedrehten Koordinatensystems diagonalisiert werden (Einträge nur in der Hauptachse). Die Eigenvektoren der Trägheitstensoren stehen senkrecht aufeinander – bei mehrfachen Eigenwerten ist eine Orthogonalisierung möglich – und sind die Basisvektoren  $\hat{e}_i$  des neuen Koordinatensystems. Sie haben die Richtungen der Hauptträgheitsachsen. Die Eigenwerte sind alle reell und sie entsprechen den Hauptträgheitsmomenten.

- Berechnen sie den Trägheitstensor eines Würfels für ein Körperfestes Koordinatensystem, dessen Ursprung in einer unteren Ecke des Würfels liegt und dessen Achsen entlang der Kanten des Würfels orientiert sind.
- Berechnen sie die Hauptträgheitsmomente und Hauptträgheitsachsen des Würfels mit dem Verfahren der Hauptachsentransformation.

### 3) Corioliskraft (3)

Welche Gewichtskraft ergibt sich für einen ruhenden Menschen ( $m = 60\text{kg}$ )

- am Nordpol?
- am Äquator?

(Die Erde werde als perfekte Kugel mit Radius  $R = 6378\text{km}$ , die Fallbeschleunigung als überall gleich mit  $g = 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  angenommen.) Welcher scheinbaren Massendifferenz

entspricht dieser Gewichtskraftunterschied?

Wie ändert sich die Gewichtskraft, wenn ein Mensch am Äquator im einem Flugzeug mit

$$v = 800\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

- genau nach Osten
- genau nach Westen
- nach Norden

fliegt? Hängt der Effekt von der geographischen Breite ab?