

**Aufgabe 39: (4 Punkte)**

An das Stahlseil eines Baukrans (Länge  $\ell$ , Durchmesser  $d$ ) wird eine Last der Masse  $m$  gehängt.

- Wie groß ist die Zugspannung  $\sigma$  im Seil und welche Längenänderung  $\Delta\ell$  erfährt es? Mit welcher Maximalbeschleunigung darf die Last angehoben werden, damit das Seil nicht reißt? Das Gewicht des Seils soll hier vernachlässigt werden.
- Wie lang kann ein senkrecht hängendes Stahlseil maximal sein, bevor es unter seinem eigenen Gewicht abreißt? Um wie viel Prozent hat es sich dabei verlängert?

Zahlenwerte:  $\ell = 30 \text{ m}$ ,  $d = 8 \text{ mm}$ ,  $m = 500 \text{ kg}$ ,  $E_{\text{Stahl}} = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $\sigma_{F, \text{St}} = 5,2 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$  (Zugfestigkeit),  $\rho_{\text{St}} = 7,928 \text{ g/cm}^3$

**Aufgabe 40: (6 Punkte)**

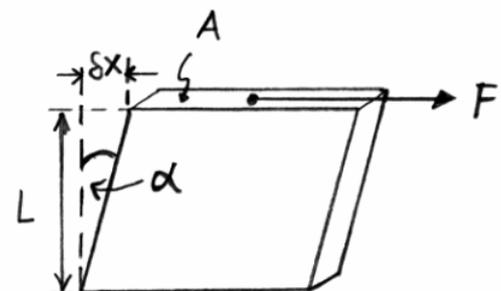
In der Vorlesung wurde das Spannungs-Dehnungs-Verhalten eines Kupfer-Drahtes (Länge  $\ell$ , Durchmesser  $d$ ) untersucht. Bei einer Belastung mit der Masse  $m_1$  innerhalb des Hookeschen Bereiches ergab sich eine Verlängerung des Drahtes um  $x$ .

- Berechnen Sie die im Draht gespeicherte elastische Energie mit Hilfe der in der Vorlesung angegebenen Beziehung  $E_{\text{pot}}^{\text{el}} = W = V \int \sigma d\varepsilon$ . Verifizieren Sie das Ergebnis mit dem Energieerhaltungssatz, aber beachten Sie, dass die Verlängerung  $x$  die Gleichgewichtslage einer harmonischen Schwingung wäre.
- Abweichungen von dem linearen Hookeschen Bereich werden in nächster Näherung durch elastische Konstanten dritter Ordnung beschrieben. Bei der Dehnung eines Drahtes könnte dies durch den Ausdruck  $\sigma = E \cdot \varepsilon - E_3 \cdot \varepsilon^2$  beschrieben werden. Welchen Wert hat  $E_3$ , wenn bei einer Belastung mit  $m_1$  der nichtlineare Term 1% des linearen Terms beträgt? Berechnen Sie die im Draht gespeicherte Energie bei der Elastizitätsgrenze, die bei einer Belastung mit  $m_2$  erreicht ist.

Zahlenwerte:  $\ell = 4 \text{ m}$ ,  $d = 0.3 \text{ mm}$ ,  $x = 1.6 \text{ mm}$ ,  $m_1 = 200 \text{ g}$ ,  $m_2 = 300 \text{ g}$

**Aufgabe 41: (6 Punkte)**

- Leiten Sie das Drehmoment her, das zum Verdrillen eines Stabs um den Winkel  $\varphi$  nötig ist (Radius  $R$ , Länge  $L$ , Schubmodul  $G$ ). Denken Sie sich den Stab zusammengesetzt aus Röhren (Radius  $r$ , Wandstärke  $dr$ ). Das Drehmoment zum Verdrillen einer dünnwandigen Röhre können Sie aus der Scherung einer Platte ermitteln, die aufgewickelt diese Röhre bildet (siehe Skizze). Für die Scherspannung gelte das Hookesche Gesetz.



- Welchen Wert hat die Winkelrichtgröße  $D^*$  (= 'Federkonstante' bei Verdrillung)? Der Stab wird am oberen Ende fixiert. Am unteren Ende wird ein massiver, zylinderförmiger Körper (Masse  $M_z$ , Radius  $R_z$ , Höhe  $H_z$ , Zylinderachse = Stabachse) befestigt und um den Winkel  $\varphi_0$  verdreht. Welche maximale Winkelgeschwindigkeit erreicht der Zylinder nach dem Loslassen?

Zahlenwerte:  $R = 3 \text{ mm}$ ,  $L = 2 \text{ m}$ ,  $G = 40 \text{ GN/m}^2$ ,  $M_z = 20 \text{ kg}$ ,  $R_z = 5 \text{ cm}$ ,  $H_z = 25 \text{ cm}$ ,  $\varphi_0 = 5^\circ$