

# Übungen zur Physik I (Mechanik)

## Wintersemester 2009/10

### Übungsblatt Nr. 10

Abzugeben bis zum 11.01.2010, 12:00 Uhr

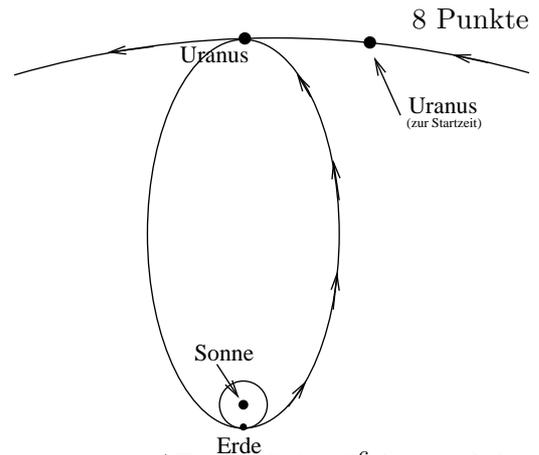
Tutoriums-Nr: \_\_\_\_\_

Namen: \_\_\_\_\_

---

#### Aufgabe 37: Flug zum Uranus

Um eine direkte Mission zum Planeten Uranus mit einem minimalen Verbrauch an Treibstoff auf den Weg zu bringen, sollte man ein Raumschiff in dieselbe Richtung wie die Bahnbewegung der Erde um die Sonne bringen, in einen elliptischen Orbit um die Sonne bringen, mit dem Perihel auf der Erdumlaufbahn und dem Aphel auf der Umlaufbahn des Uranus (siehe Abbildung).



- a) Berechnen Sie aus der gegebenen minimalen Entfernung  $r_{min} = 1 \text{ AE} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$  und der maximalen Entfernung  $r_{max} = 19,2 \text{ AE}$  den Betrag der großen Halbachse  $a$  und die Exzentrizität der Bahn.
- b) Die Gesamtenergie des Raumschiffes sei gegeben durch:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{c}{r} \quad (1)$$

mit  $r$  Entfernung zur Sonne,  $c = GM_S m$  ( $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$ ,  $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ) und  $m$  Masse des Raumschiffes. Zeigen Sie hiermit, dass die Geschwindigkeit, die das Raumschiff braucht, um aus dem Gravitationsfeld der Sonne zu entkommen, gegeben ist durch:

$$v_{Flucht} = \sqrt{\frac{2 \cdot c}{m \cdot r_E}}$$

mit  $r_E = 1 \text{ AE}$  (Ignorieren Sie die Fluchtgeschwindigkeit von der Erde, um das Raumschiff zu starten!) Gegeben sei

$$E = -\frac{c}{2a} \quad (2)$$

Leiten Sie mit Hilfe der Gleichungen 1 und 2 folgende Gleichung für die Geschwindigkeit des Raumschiffes an jedem Punkt der Bahn her:

$$v = v_{Flucht} \sqrt{r_E \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{2a} \right)}$$

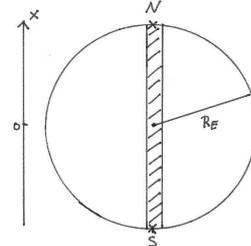
Wie groß ist die nötige Geschwindigkeit am Perihel, um das Raumschiff bei  $r = r_E$  in eine elliptische Bahn zum Uranus zu bringen?

- c) Wie lange braucht das Raumschiff nach dem Start, um den Uranus zu erreichen?

### Aufgabe 38: Tunnel durch die Erde

8 Punkte

Durch die Erde ( $R_E = 6300$  km,  $M_E = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg,  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$ ) sei ein geradliniger Tunnel vom Nordpol zum Südpol gebaut. Seine Wände seien reibungsfrei (siehe Skizze).



- Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie mit Hilfe dieser  $x(t)$ ,  $v(t)$  und  $a(t)$  für ein Teilchen der Masse  $m$ , das zum Zeitpunkt  $t = 0$  s am Nordpol in den Tunnel fallengelassen wird. Nehmen Sie hierfür an, dass die Dichte im Erdinnern konstant ist. Wie groß ist die Periodendauer  $T$  der Schwingung des Teilchens. Zeichnen Sie  $x(t)$ ,  $v(t)$  und  $a(t)$  für  $0 \leq t \leq T$ .
- Betrachten Sie nun den hypothetischen Fall, dass für die Dichte  $\rho(r) = M_E / (2\pi R_E^2) \cdot 1/r$  gilt. Der Tunnel sei wie in Teilaufgabe a) als reibungsfrei anzusehen. Stellen Sie für diesen Fall die Bewegungsgleichung auf und berechnen Sie daraus  $x(t)$ ,  $v(t)$  und  $a(t)$  für  $0 \leq t < T/4$ , wobei  $T$  die Zeit ist, nach der das Teilchen wieder am Nordpol ist. Wie groß ist  $T$ ? Zeichnen Sie  $x(t)$ ,  $v(t)$  und  $a(t)$  für den vollen Zeitraum  $0 \leq t < T$ .

### Aufgabe 39: Relativistische Effekte

4 Punkte

- Ein Maßstab der (Ruhe-)Länge  $l$  bewegt sich gegenüber einem Beobachter mit der Geschwindigkeit  $v$  (in Richtung des Stabes). Der Beobachter misst die Länge des Stabes mit  $(2/3)l$ . Wie groß ist  $v$ ?
- Eines der uns heute bekannten Teilchen ist das  $\Lambda^0$ . Es hat in seinem Ruhesystem eine mittlere Lebensdauer von  $2,4 \cdot 10^{-10}$  s. Wie weit kann es im Mittel im Laborsystem fliegen, wenn es eine Geschwindigkeit von  $1/2 c$ ,  $9/10 c$ ,  $99/100 c$  hat?

Die Übungsaufgaben finden Sie im Internet unter der URL:

<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~jwagner/WS0910/Uebungen>

**Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch!**