

51. Poisson-Zahl (4 Punkte)

Die Querdehnungs- oder Poisson-Zahl ist positiv definiert und beschreibt die Querkontraktion $\epsilon_q = -\delta d/d = -\mu\epsilon$. Dabei ist $\epsilon = \delta\ell/\ell$ die relative Längenänderung bei Anlegen einer Zugspannung in Längsrichtung. Berechnen Sie die relative Volumenänderung $\delta V/V$ eines quadratischen Stabes mit Kantenlänge d unter Zugspannung und zeigen Sie, dass $\mu \leq 0.5$ sein muss, damit die Volumenänderung positiv ist.

52. Baukran (6 Punkte)

An das Stahlseil eines Baukrans (Länge $l = 30$ m, Durchmesser $d = 8$ mm, $\rho = 7.928 \text{ g/cm}^3$, $E_{\text{Stahl}} = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$) wird eine Last der Masse $m = 500$ kg gehängt. Die Zugfestigkeit des Stahlseiles ist $\sigma_F = 5.2 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$.

- Wie groß ist die Zugspannung σ im Seil und welche Längenänderung Δl erfährt es? Mit welcher Maximalbeschleunigung darf die Last angehoben werden, damit das Seil nicht reißt? Das Gewicht des Seils soll hier vernachlässigt werden.
- Wie lang kann ein senkrecht hängendes Stahlseil maximal sein, bevor es unter seinem eigenen Gewicht abreißt? Um wie viel Prozent hat es sich dabei verlängert?

53. Kupferdraht (6 Punkte)

In der Vorlesung wurde das Spannungs-Dehnungs-Verhalten eines Kupfer-Drahtes (Länge $l = 4$ m, Durchmesser $d = 0.3$ mm) untersucht. Bei einer Belastung mit der Masse $m_1 = 200$ g innerhalb des Hookeschen Bereiches ergab sich eine Verlängerung des Drahtes um $x = 1.6$ mm.

- Berechnen Sie die im Draht gespeicherte elastische Energie mit Hilfe der in der Vorlesung angegebenen Beziehung

$$E_{\text{pot}}^{\text{el}} = W = V \int \sigma d\epsilon.$$

Verifizieren Sie das Ergebnis mit dem Energieerhaltungssatz, aber beachten Sie, dass die Verlängerung x die Gleichgewichtslage einer harmonischen Schwingung wäre.

- Abweichungen von dem linearen Hookeschen Bereich werden in nächster Näherung durch elastische Konstanten dritter Ordnung beschrieben. Bei der Dehnung eines Drahtes könnte dies durch den Ausdruck

$$\sigma = E \cdot \epsilon - E_3 \cdot \epsilon^2$$

beschrieben werden. Welchen Wert hat E_3 , wenn bei einer Belastung mit m_1 der nicht-lineare Term 1% des linearen Terms beträgt? Berechnen Sie die im Draht gespeicherte Energie bei der Elastizitätsgrenze, die bei einer Belastung mit $m_2 = 300$ g erreicht ist.

54. Verdrillen eines Drahtes (6 Punkte)

- a) Leiten Sie das Drehmoment her, das zum Verdrillen eines Stabs um den Winkel φ nötig ist (Radius $R = 3$ mm, Länge $L = 2$ m, Schubmodul $G = 40 \text{ GN/m}^2$). Denken Sie sich den Stab zusammengesetzt aus Röhren (Radius r , Wandstärke dr). Das Drehmoment zum Verdrillen einer dünnwandigen Röhre können Sie aus der Scherung einer Platte ermitteln, die aufgewickelt diese Röhre bildet (siehe Skizze). Für die Scherspannung gelte das Hookesche Gesetz.
- b) Welchen Wert hat die Winkelrichtgröße D^* (= 'Federkonstante' bei Verdrillung)? Der Stab wird am oberen Ende fixiert. Am unteren Ende wird ein massiver, zylinderförmiger Körper (Masse $M_z = 20$ kg, Radius $R_z = 5$ cm, Höhe $H_z = 25$ cm, Zylinderachse = Stabachse) befestigt und um den Winkel $\varphi_0 = 5^\circ$ verdreht. Welche maximale Winkelgeschwindigkeit erreicht der Zylinder nach dem Loslassen?

