

ÜBUNGSAUFGABEN (VI)

(Besprechung am Mittwoch, 30.11.2011)

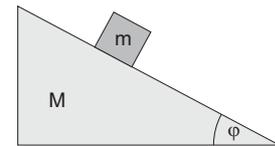
Aufgabe 1: (4 Punkte)

Zwei Studierende diskutieren. Der erste meint: „... schau mal, das ist doch wie bei einem Schuss. Nimm' an, die Pistole und damit die Kugel ist anfangs in Ruhe, dann wird die kinetische Energie der Kugel mit Masse m nach dem Schuss gleich der Energie der Explosionsladung W_{ex} , also $W_{\text{kin}} = W_{\text{ex}} = m v_0^2/2$. Bei einem Schuss aus einem mit der Geschwindigkeit v_z fahrenden Zug muss das doch genauso sein: die kinetische Energie der Kugel vor dem Schuß ist $m v_z^2/2$, nach dem Schuss in Fahrtrichtung kommt W_{ex} hinzu, also ist insgesamt $W_{\text{kin}} = m (v_z^2 + v_0^2)/2$.“ Daraufhin der zweite: “Hört sich logisch an, kann aber nicht stimmen. Ich hab' hier stehen, dass die kinetische Energie bezüglich des ruhenden Systems $W_{\text{kin}} = m (v_z + v_0)^2/2$ wird und das ist doch auch irgendwie klar, ich kann's dir nur gerade' nicht erklären ... “.

Können Sie den beiden helfen? Sie wollen es aber sehr genau wissen!

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Ein Körper mit Masse m gleitet im Schwerfeld reibungsfrei einen Keil mit Masse M und Winkel φ herab, der seinerseits reibungsfrei auf einer Ebene liegt. Berechne die Beschleunigung a_1 des Keils als Funktion von φ und des Massenverhältnisses m/M . Wie groß wird a_1 für $m = M$ und $\varphi = 45^\circ$?



Aufgabe 3: (3 Punkte)

Welche Endgeschwindigkeit erreicht ein Fallschirmspringer ($m = 80$ kg), der dem Einfluss **Newtonscher Reibung** unterliegt? Diese ist gegeben durch eine vom Quadrat der Geschwindigkeit v abhängigen Reibungskraft, $F_R = -\gamma_N v^2$, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Betrachten Sie die Fälle

- für einen offenen Schirm, $\gamma_{\text{os}} = 200$ kg/m, und
- für einen geschlossenen Schirm, $\gamma_{\text{gs}} = 0.3$ kg/m.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Komplexe Zahlen können das Rechnen insbesondere mit trigonometrischen Funktionen erheblich vereinfachen. Beweisen Sie die Identität folgender Additions- und Multiplikationstheoreme mit Hilfe komplexer Erweiterung (wie z.B. den aus der Eulerschen Formel $e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ableitbaren Ausdrücken für $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$).

- $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin y \sin x$.
- $A \sin x + B \cos x = C \sin(x + \varphi)$ mit $C = \sqrt{A^2 + B^2}$ und $\varphi = \arctan(B/A)$.
- $2 \sin x \cos y = \sin(x - y) + \sin(x + y)$.