Heften Sie die Blätter zur Abgabe zusammen und tragen Sie auf **jedem** Blatt die **Nummer ihres Tutoriums und ihre Namen** ein. Rechnen Sie die Aufgaben zusammen mit ihrem Übungspartner und geben Sie eine Lösung zusammen ab. Das Aufgabenblatt müssen Sie nicht mit abgeben.

Abgabe bis	Fr, 2. November, 13:00 Uhr im Erdgeschoss von Geb. 30.23 (Physikhochhaus)
Besprechung	Mi, 7. November

Lösen Sie die Aufgaben so, dass der Rechenweg für ihren Tutor klar wird. Ergebnisse ohne korrekte Einheiten führen zu einem Punktabzug. Geben Sie nur signifikante Nachkommastellen im Endergebnis an (orientieren Sie sich an der Genauigkeit der gegebenen Größen).

Aufgabe 1: *Robustheit von Mittelwert und Median* **2 Punkte**

Möchte man den Zentralwert einer Verteilung von Messwerten bestimmen, benutzt man dafür fast immer den Mittelwert $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_j$. Eine interessante Alternative ist der Median, der Wert unter dem die Hälfte aller Messungen liegen. Er wird so berechnet: Die gegebenen Messwerte $(x_1, \ldots, x_N)$ werden aufsteigend sortiert, der Median ist dann

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(N+1)/2} & \text{falls } N \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2}(x_{N/2} + x_{N/2+1}) & \text{falls } N \text{ gerade} \end{cases} \tag{1}$$

Beispiele: Der Median von $(3, 7, 6)$ ist 6. Der Median von $(3, 7, 6, 5)$ ist 5.5.

Die statistische Unsicherheit des Medians ist näherungsweise (ohne Beweis)

$$\sigma_{\tilde{x}} \approx \sqrt{\frac{N-1}{N}\left[\sum_{j=1}^{N}(\tilde{x} - \tilde{x}_{(j)})^2 - \left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(\tilde{x} - \tilde{x}_{(k)})\right)^2\right]}, \tag{2}$$

wobei $\tilde{x}_{(j)}$ der Wert des Medians ist, den man erhält wenn der j-te Messwert weggelassen wird (Beispiele für $x_{(j)}$ bei $(3, 7, 6) \to (3, 6, 7)$: $\tilde{x}_{(1)} = \frac{6+7}{2}$, $\tilde{x}_{(2)} = \frac{3+7}{2}$, $\tilde{x}_{(3)} = \frac{3+6}{2}$).

Berechnen Sie für die folgenden Messreihen den Mittelwert $\bar{x}$ und dessen Unsicherheit $\sigma_{\bar{x}}$, sowie den Median $\tilde{x}$ und dessen Unsicherheit $\sigma_{\tilde{x}}$. Berechnen Sie das Verhältnis $\sigma_{\tilde{x}}/\sigma_{\bar{x}}$. Welcher Schätzer für den Zentralwert ist genauer?

(a) $(1.6, -0.6, -0.5, -1.1, 0.9)$.

(b) Diesmal wird ein Ausreißer in die Messreihe eingefügt: $(10, -0.6, -0.5, -1.1, 0.9)$.

Aufgabe 2: **5 Punkte**

Eine Stahlkugel wird in 5 m Höhe festgehalten und dann losgelassen. Mit einem Messaufbau wird in vertikalen Abständen von 1 m jeweils die Zeit t_j gestoppt wenn die Kugel die Höhe h_j passiert. Alle Uhren werden zeitgleich mit dem Loslassen der Kugel gestartet. Folgende Messreihe wird aufgenommen: $h_1 = 4\,\text{m}$, $t_1 = 0.53\,\text{s}$, $h_2 = 3\,\text{m}$, $t_2 = 0.61\,\text{s}$, $h_3 = 2\,\text{m}$, $t_3 = 0.76\,\text{s}$, $h_4 = 1\,\text{m}$, $t_4 = 0.85\,\text{s}$, $h_5 = 0\,\text{m}$, $t_5 = 1.05\,\text{s}$. Die Zeitmessung hat eine statistische Unsicherheit $\sigma_t = 0.05\,\text{s}$.

(a) Tragen Sie die Wertepaare graphisch inklusive Fehlerbalken auf.

(b) Nehmen Sie an dass die Kugel reibungsfrei fällt und bestimmen Sie die Formel $t(h; g)$, welche die erwartete Fallzeit t als Funktion der Höhe h und Erdbeschleunigung g für diesen Versuchsaufbau berechnet.

(c) Man kann die Chiquadrat-Methode aus der Vorlesung benutzen um aus den Wertepaaren und der theoretischen Formel $t(h; g)$ die Erdbeschleunigung g zu schätzen. Tragen Sie die Größe

$$\chi^2(g) = \sum_{j=1}^{5} \frac{(t_j - t(h_j; g))^2}{\sigma_t^2} \tag{3}$$

als Funktion von g für einige Werte zwischen $9.7\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ and $10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ graphisch auf.

(d) Suchen Sie graphisch den Punkt g_{min} an dem die Kurve $\chi^2(g)$ ihr Minimum hat.

(e) Zeichen Sie die Funktion $t(h; g_{\mathrm{min}})$ zusammen mit den Wertepaaren und Fehlerbalken (Sie können die Grafik aus (a) wiederverwenden).

Aufgabe 3: *Schwimmer* **3 Punkte**

Ein Schwimmer will einen Fluss überqueren. Der Fluss hat eine Breite von $9\,\mathrm{m}$ und eine gleichförmige Strömung. Der Schwimmer wirft einen Stock ins Wasser und stellt fest dass der Stock in drei Sekunden fünf Meter flussabwärts getrieben wird.

(a) Der Schwimmer springt ins Wasser und schwimmt mit einer konstanten Geschwindigkeit $v_0 = 0.8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ senkrecht zur Strömungsrichtung. Nach welcher Zeit t erreicht er das andere Ufer? Um welche Strecke d wird er dabei flussabwärts getrieben? d ist das Versatzstück parallel zum Ufer.

(b) Der Schwimmer möchte den Versatz d flussabwärts minimieren. Unter welchem Winkel α_{min} zur Strömungsrichtung des Flusses muss er dazu schwimmen? Wie groß sind t und d für diesen Winkel?

Helfen Sie sich mit Skizzen zur Kinematik dieses Problems.