Übungsblatt 8

Abzugeben am: 16.12.2013, 12:00 Uhr

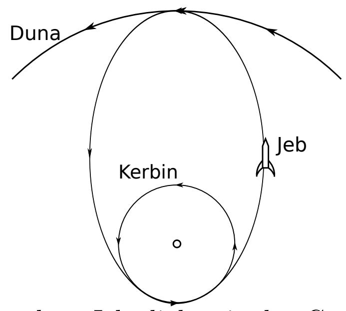
Namen: Gruppe:

Aufgabe 1: Skyhook (4 Punkte)

Um teure Raketen zu vermeiden wäre es praktisch einen Aufzug ins Weltall zu haben. Man braucht auch keinen Aufhängungspunkt: die Fliehkraft hält das ganze gerade. Nehmen Sie vereinfachend an, der Aufzug bestünde nur aus einem einfachen Seil der Massendichte ρ und vernachlässigen sie Kabine, Motoren usw.: wie lang muß das Seil sein um sich selbst zu tragen? Warum hat das noch keiner gebaut? (Nehmen Sie an das Seil wird am Äquator angebracht und hängt radial ins All, wobei es sich mit der Erdrotation mitbewegt. Vernachlässigen Sie die Luftreibung.)

Aufgabe 2: Interplanetarische Reisen (6 Punkte)

Der Astronaut Jebediah Kerman möchte von seinem Heimatplaneten Kerbin zum weiter außen liegenden Planeten Duna reisen. Um Treibstoff zu sparen beschleunigt er entlang des Orbits seines Heimatplaneten, solange bis er sich auf einer elliptischen Bahn befindet, die die Umlaufbahnen von Start- und Ziel-Planet berühren (Siehe Zeichnung). Nach dem Manöver hat die Rakete die Masse m Nehmen Sie an, dass sich die Planeten auf Kreisbahnen bewegen.



a) Benutzen Sie Energie- und Drehimpuls-Erhaltung um zu zeigen, dass Jebediah mit der Geschwindigkeit losfliegen muss:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\odot}{r_K(1 + \frac{r_K}{r_D})}}$$

mit r_K und r_D den Bahnradien von Kerbin und Duna, sowie $M_\odot$ der Masse des Zentralgestirns.

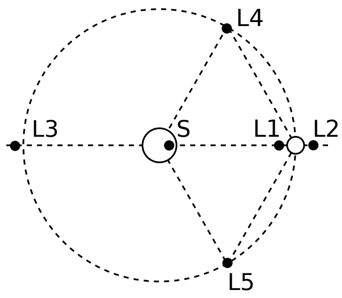
b) Zeigen Sie, dass die Gesamtenergie der Rakete ($E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}}$) gegeben ist durch:

$$E_{\text{tot}} = -\frac{g \cdot m \cdot M_\odot}{r_K + r_D}$$

c) Benutzen Sie dieses Ergebnis, um zu zeigen, dass die Geschwindigkeit der Rakete zu einem beliebigen Punkte der Reise gegeben ist durch:

$$v = \sqrt{2 \cdot G \cdot M_\odot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_K + r_D}\right)}$$

Aufgabe 3: Lagrange Punkte (6 Punkte)



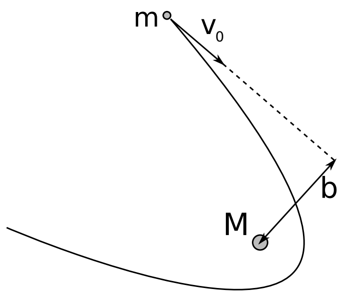
Erde (Masse M) und Mond (Masse m) rotieren im Abstand d um ihren gemeinsamen Schwerpunkt S. In diesem System gibt es fünf Punkte in denen eine leichte (im Vergleich zu Erde und Mond) Testmasse relativ zu Erde und Mond nicht beschleunigt wird.

a) Zeigen Sie, dass die Punkte auf der Geraden, die die Mittelpunkte von Erde und Mond durchlüft gegeben sind durch:

- **L1** (r ist der Abstand zum Mond) $\frac{M}{(d-r)^2} = \frac{m}{r^2} + \left(\frac{M}{M+m}d - r\right)\frac{M+m}{d^3}$
- **L2** (r ist der Abstand zum Mond) $\frac{M}{(d+r)^2} + \frac{m}{r^2} = \left(\frac{M}{M+m}d + r\right)\frac{M+m}{d^3}$
- **L3** (r ist der Abstand zur Erde) $\frac{m}{(d+r)^2} + \frac{M}{r^2} = \left(\frac{m}{M+m}d + r\right)\frac{M+m}{d^3}$

b) Zeigen Sie, dass die beiden Punkte die mit Erde und Mond ein gleichseitiges Dreieck bilden ebenfalls beschleunigungsfreie Punkte sind.

Aufgabe 4: Meteorit (4 Punkte)



Ein Meteorit der Masse m fliegt auf einen Planeten der Masse M zu. In großer Entfernung hat er die Geschwindigkeit v_0 und den Stoßparameter b.

a) Wie groß ist der kürzeste Abstand s zum Planeten als Funktion der Anfangsgeschwindigkeit, der Masse und des Stoßparameters?

b) Berechnen Sie s für $m = 500$ kg, $v_0 = 20$ km/s, $b = 1000$ km und $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

c) Welche maximale Geschwindigkeit erreicht der Meteorit?

Die Aufgaben sollten in Arbeitsgruppen von 2-3 Personen bearbeitet werden. Heften Sie bitte alle Zettel mit diesem Arbeitsblatt zusammen und werfen Sie die fertigen Lösungen bis zum nächsten Montag, also diesmal bis zum 16.12.2013, um spätestens 12:00 Uhr in die Physik I Box im Eingangsbereich des Physikhochhauses. **Schreiben Sie die Namen aller Personen der Arbeitsgruppe auf den obersten Zettel sowie die Tutoriumsgruppe. Diese Angaben sollten oben angegeben werden und gut lesbar sein.** Weitere Informationen zur Übung finden Sie hier: `http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~mmozer/WS1314/Uebungen/`