

Heften Sie die Blätter zur Abgabe zusammen und tragen Sie auf dem Deckblatt die **Nummer ihres Tutoriums und ihre Namen** ein. Rechnen Sie die Aufgaben zusammen mit ihrem Übungspartner.

Abgabe bis Fr, 31. Oktober, 13:15 Uhr im Erdgeschoss von Geb. 30.23 (Physikhochhaus)  
Besprechung Mi, 05. November

Lösen Sie die Aufgaben so, dass der Rechenweg für ihren Tutor klar wird. Ergebnisse ohne korrekte Einheiten führen zu einem Punktabzug. Geben Sie nur signifikante Nachkommastellen im Endergebnis an (orientieren Sie sich an der Genauigkeit der gegebenen Größen).

1. *Dimensionsbetrachtungen* (4 Punkte)

Allein durch Dimensionsbetrachtungen lassen sich manche Formeln ableiten (bis auf Faktoren der Größenordnung eins). Lösen Sie so folgende Aufgaben und vergleichen Sie mit der physikalisch korrekten Herleitung der Formel, indem Sie ihr Schulwissen anwenden. Vernachlässigen Sie die Luftreibung.

- (a) Eine Stahlkugel der Masse  $m$  wird in einer Höhe  $h$  über dem Boden festgehalten und fällt dann frei unter Einfluss der Erdbeschleunigung  $g$ . Welche Geschwindigkeit  $v$  hat die Stahlkugel gerade kurz bevor sie den Boden berührt?
- (b) Eine Stahlkugel der Masse  $m$  wird mit einer kinetischen Energie  $E_{kin}$  senkrecht nach oben geschossen und nur durch die Erdbeschleunigung  $g$  gebremst. Nach welcher Zeit  $t$  erreicht die Kugel den höchsten Punkt der Flugbahn?

2. *Schätzfragen* (2 Punkte)

Versuchen Sie durch plausible Annahmen Antworten in den richtigen Größenordnungen auf die folgenden Fragen zu geben:

- (a) Wieviel Müll produzieren alle deutschen Privathaushalte in einem Jahr?
- (b) Wieviel Liter Blut pumpt das menschliche Herz im Laufe des Lebens durch den Körper?

3. *Größenvergleich* (3 Punkte)

- (a) Die Menschheit existiert seit etwa  $10^6$  Jahren; das Universum dagegen etwa seit  $10^{10}$  Jahren. Wenn Sie das Alter des Universums gleich einem Tag setzen, wie lange hat dann die Menschheit bereits existiert? Geben Sie das Ergebnis in einer sinnvollen Einheit an.
- (b) Der Kern eines Wasserstoffatoms wird durch ein einzelnes Proton (Radius  $R_p = 10^{-15}$  m = 1 fm) gebildet. Das einzelne Elektron bewegt sich auf einer kreisförmigen Bahn ( $r_e = 10^{-10}$  m = 1 Å) um das Proton. Nehmen Sie an, dass das Proton einem Tennisball mit einem Durchmesser von 7 cm entspräche. In welchem Abstand würde das Elektron dann um das Proton kreisen?
- (c) Der Abstand zwischen der Erde und dem Mond beträgt ungefähr  $l \approx 400000$  km. Wie viele Moleküle (Durchmesser  $d = 4 \cdot 10^{-10}$  m) können Sie auf dieser Strecke aneinander reihen? In einem Mol eines Gases befinden sich  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$  Moleküle. Welche Strecke - in Einheiten eines Lichtjahres ( $1 \text{ ly} = 9.461 \cdot 10^{15}$  m) - ergeben diese Moleküle aneinandergereiht?

4. Fehlerfortpflanzung

(1 Punkt)

Die allgemeine Fehlerfortpflanzungsformel für eine Funktion  $y(x_1, x_2, \dots, x_{N-1}, x_N)$  lautet

$$\sigma_y^2 = \sum_{j=1}^N \left( \frac{\partial y}{\partial x_j} \right)^2 \sigma_{x_j}^2,$$

wobei  $\partial y / \partial x_j$  die partielle Ableitung nach von  $y$  nach  $x_j$  ist (alle anderen Variablen werden für diese Ableitung als konstant betrachtet). Leiten Sie aus der allgemeinen Formel folgende nützliche Spezialfälle ab ( $a, b, c$  sind konstant):

(a)  $\sigma_y^2 = (a \sigma_{x_1})^2 + (b \sigma_{x_2})^2$  für  $y = ax_1 + bx_2 + c$ .

(b)  $\left( \frac{\sigma_y}{y} \right)^2 = \left( a \frac{\sigma_{x_1}}{x_1} \right)^2 + \left( b \frac{\sigma_{x_2}}{x_2} \right)^2$  für  $y = cx_1^a x_2^b$ .

$$(1) \quad (a) \quad v = \frac{l}{t} \quad \text{mit } l = \text{Höhe}$$

$$\left(\frac{l}{t}\right) \sim M^a \cdot G^b \cdot T^c \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$\sim M^a \cdot L^b \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^c$$

Die Masse spielt keine Rolle, also  $a=0$

$$L^1 \cdot T^{-1} \sim L^{b+c} \cdot T^{-c}$$

$$b+c=1$$

$$-2c = -1$$

$$b = \frac{1}{2} \quad c = \frac{1}{2}$$

$$v \sim m^0 \cdot l^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \sim \sqrt{lg} \quad \checkmark$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_{\text{pot}} = mgh$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{2gh} \quad \checkmark$$

$$(b) \quad E = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E \sim m \cdot \left(\frac{l}{t}\right)^2$$

$$g \sim \frac{l}{t^2}$$

$$T^1 \sim M^a \left(\frac{L}{T^2}\right)^b \cdot \left(M \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^2\right)^c \sim M^a \cdot L^b \cdot T^{-2b} \cdot M^c \cdot L^{2c} \cdot T^{-2c}$$

$$\sim M^{a+c} \cdot L^{b+2c} \cdot T^{-2b-2c}$$

$$\begin{cases} a+c=0 & (1) & a=-c \\ b+2c=0 & (2) & b=-2c \\ -2b-2c=1 & (3) & -2(-2c)-2c=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2c=1$$

$$c=\frac{1}{2}$$

$$(2): b+2 \cdot \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow b=-1$$

$$(1): a=-c=-\frac{1}{2}$$

$$T \sim M^{\frac{1}{2}} \cdot G^{-1} \cdot E^{\frac{1}{2}} \sim \frac{1}{G} \sqrt{\frac{E}{M}}$$

$$t \sim \frac{1}{g} \sqrt{\frac{E}{m}} \quad \checkmark$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$v = g \cdot t$$

$$\sqrt{\frac{2E}{m}} = g \cdot t$$

$$t = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad \checkmark$$

- (2)(a) Wir nehmen:
- 80 Mio Einwohner in D
  - 3 Millionen à 25 kg / 14 Tage / Haushalt
  - Ø 3 Personen / Haushalt

$$\Rightarrow \frac{3 \cdot 25 \text{ kg}}{14 \cdot 3} = \frac{25}{14} \text{ kg/Person/Tag}$$

$$\frac{25}{14} \cdot 80000000 \cdot 365 = 3,13 \cdot 10^{10} \text{ kg/Jahr} \quad \checkmark$$

- (b) Wir nehmen: - 5l/min  
- 80 Jahre in einem Leben

2

$$5L \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 80 = 2,1 \cdot 10^8 \text{ L im Leben} \quad \checkmark$$

(3) (a)  $10^{10}$  Jahre  $\hat{=}$  1 Tag      1 Tag = 86 400 s

$$1 \text{ Tag} = \frac{10^6}{10^{10}} \rightarrow \text{daraus folgt: Menschen leben } \frac{10^6}{10^{10}}$$

$$\frac{10^6}{10^{10}} \cdot 1 \text{ Tag} = \frac{1}{10^4} \cdot 86400 \text{ s}$$
$$= 8,64 \text{ s} \quad \checkmark$$

(b)

$$\frac{10^{-5} \text{ m}}{10^{-10} \text{ m}} \quad \left| \quad \frac{7}{2} \cdot 10^{-2} \text{ m} \right.$$

?

$$\frac{10^{-10} \text{ m} \cdot 35 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{10^{-16} \text{ m}} = 3,5 \text{ km} \quad \checkmark$$

(c)  $\frac{4 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-10}} = 10^{18}$  Moleküle

$$6,022 \cdot 10^{23} \cdot 4 \cdot 10^{-10} = 2,4088 \cdot 10^{14} \text{ m}$$

$$\frac{2,4088 \cdot 10^{14} \text{ m}}{3,461 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}}{\text{ly}}} \approx 0,025 \text{ ly} \quad \checkmark$$

3

$$(4. (a)) \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2$$

$$y = ax_1 + bx_2 + c$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = a$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = b$$

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= a^2 \sigma_{x_1}^2 + b^2 \sigma_{x_2}^2 \\ &= (a \sigma_{x_1})^2 + (b \sigma_{x_2})^2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$(b) \quad y = c x_1^a x_2^b$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = ac x_1^{a-1} x_2^b$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = bc x_1^a x_2^{b-1}$$

$$\sigma_y^2 = (ac x_1^{a-1} x_2^b)^2 \sigma_{x_1}^2 + (bc x_1^a x_2^{b-1})^2 \sigma_{x_2}^2 \quad | : y^2$$

$$\left( \frac{\sigma_y}{y} \right)^2 = \frac{(ac x_1^{a-1} x_2^b)^2 \sigma_{x_1}^2}{(c x_1^a x_2^b)^2} + \frac{(bc x_1^a x_2^{b-1})^2 \sigma_{x_2}^2}{(c x_1^a x_2^b)^2}$$

$$= \frac{a^2 x_1^{2a-2} \sigma_{x_1}^2}{x_1^{2a}} + \frac{b^2 x_2^{2b-2} \sigma_{x_2}^2}{x_2^{2b}}$$

$$= a^2 \sigma_{x_1}^2 x_1^{-2} + b^2 \sigma_{x_2}^2 x_2^{-2} \quad \checkmark$$

$$= \left( a \frac{\sigma_{x_1}}{x_1} \right)^2 + \left( b \frac{\sigma_{x_2}}{x_2} \right)^2 \quad 1$$