Abgabe bis	Fr, 07. November, 13:15 Uhr im Erdgeschoss von Geb. 30.23 (Physikhochhaus)
Besprechung	Mi, 12. November

1. *Ein einfacher Versuch* **(3 Punkte)**
Sie wollen die Tiefe eines Brunnens messen. Dazu lassen Sie 12 mal eine Münze fallen und stoppen die Zeit t bis Sie das Geldstück auf der Wasseroberfläche auftreffen hören. Die Messungen sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Versuch	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Zeit [s]	4,71	4,93	4,70	4,96	4,95	4,73	4,91	4,86	4,78	4,76	4,71	4,69

(a) Berechnen Sie:
  i. den Mittelwert $\bar{t}$ der gemessenen Zeiten. Er ist der beste Schätzwert der tatsächlichen Fallzeit.
  ii. die Standardabweichung σ_t. Sie bestimmt die durchschnittliche zufällige ("statistische") Abweichung vom Mittelwert und kann als mittlerer Fehler der Einzelmessung betrachtet werden.
  iii. den Fehler des Mittelwertes Δt. Er gibt an, wie sicher der Mittelwert bestimmt ist.

(b) Bestimmen Sie aus dem erhaltenen Wert $\bar{t}$ mit Hilfe des Fallgesetzes ($z = \frac{1}{2}gt^2$ mit der Fallbeschleunigung $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$) die Tiefe des Brunnens. Wie wirkt sich die Unsicherheit von Δt auf den Fehler Δz aus?

(c) Gibt es zusätzliche systematische Fehler, die in der obigen Rechnung nicht berücksichtigt wurden? Diskutieren Sie mögliche Fehlerquellen.

2. *Fehlerfortpflanzung* **(2 Punkte)**
Die Physiker Richard, Johannes und Andreas machen während einer Radtour eine Pause und überlegen wie weit sie gefahren sind. Da sie kein GPS dabei haben, müssen sie sich auf ihre Uhren und Tachometer verlassen.

(a) Die erste halbe Stunde - man einigt sich dass es vielleicht auch eine Minuten mehr oder weniger war - waren die Drei mit konstanter Geschwindigkeit unterwegs gewesen. Die Tachos hatten einheitlich 15 km/h angezeigt.

(b) Dann ging es einen Hang mit konstantem Gefälle hinunter. Nach drei Minuten und 27 Sekunden gleichmäßig beschleunigter Fahrt ging es wieder in die Horizontale. Über die Zeit bestand diesmal Einigkeit, aber die durchgeschüttelten Tachos hatten 35 km/h, 33 km/h und 36 km/h angezeigt, obwohl alle gleichzeitig am Ende des Hanges angekommen waren.

(c) Etwa eine Minute - die drei nehmen 10 % Unsicherheit für diese Zeitspanne an - rollten sie in gleichmäßig verzögerter Bewegung aus. Am Ende dieser Zeit hatten sich die Tachos beruhigt und alle 21 km/h angezeigt.

(d) Die Drei fuhren mit dieser konstanten Geschwindigkeit weiter. Nach genau 10 Minuten stoppten sie für eine Pause und begannen über die zurückgelegte Strecke zu diskutieren.

Berechnen Sie die zurückgelegten Teilstrecken und die Unsicherheiten darauf, so wie die Gesamtstrecke inklusive Unsicherheit. Ignorieren Sie den Unterschied zwischen statistischen und systematischen Fehlern für diese Aufgabe.

3. *Gauß-Verteilung und ihre Kenngrößen* **(3 Punkte)**

Aus einer Messung erhalten Sie die folgenden gaußverteilten Messgrößen:

Messung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Messwert	177	170	165	172	166	168	169	173	171	174

(a) Geben Sie die bestmögliche Abschätzung für den Erwartungswert μ der Gauß-Verteilung an.

(b) Geben Sie die bestmögliche Abschätzung für die Standardabweichung σ der Gauß-Verteilung an.

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein weiterer aufgenommener Messwert innerhalb des Intervalls [167, 174] liegt?

(d) Geben Sie diejenigen Intervalle an, in denen (z.B. bei einer Vergrößerung des Stichprobenumfangs) 95,4 % bzw. 99,7 % aller Einzelmessungen zu erwarten sind.

(e) Wären die Messwerte 150 und 179 noch mit dem in (a) ermittelten Erwartungswert verträglich?

4. *Gleichmäßig beschleunigte Bewegung* **(2 Punkte)**

Um die Belastbarkeit des menschlichen Körpers für Raumflüge zu testen, wurden im Jahr 1954 Versuche mit raketengetriebenen Schienenwagen durchgeführt. Dabei wurde ein solcher Wagen auf einer Strecke $s_1 = 840$ m mit $a_1 = 70\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ beschleunigt und anschließend auf einer Strecke $s_2 = 210$ m zum Stillstand gebracht.

(a) Wie lange dauerte es bis die Maximalgeschwindigkeit erreicht wurde?

(b) Welche Maximalgeschwindigkeit hatte der Wagen?

(c) Berechnen Sie die Beschleunigung des Wagens auf s_2.

(d) Wie lange dauerte es, bis der Wagen auf s_2 zum Stillstand gekommen war?

Übungsblatt 3 Klass. Ex. Physik

04.11.14

Aufgabe 1.)

(9)

(a) i Mittelwert $\bar{t} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i$

$= \frac{1}{12} \cdot \sum_{i=1}^{12} t_i = \frac{1}{12} \cdot (4{,}71 + 4{,}93 + \ldots + 4{,}71 + 4{,}69)$

$= 4{,}8075\,s$ gerundet $4{,}81\,s$ ✓

ii Standardabweichung $\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (t_i - \bar{t})^2}$

$= \sqrt{\frac{1}{11} \cdot \sum_{i=1}^{12} (t_i - 4{,}8075\,s)^2}$

$= \sqrt{\frac{1}{11} \cdot 0{,}125225\,s^2}$

$\approx$ ~~0,1021538~~ 0,10669625... s Da die Messwerte nur 2 Nachkommastellen haben, rundet man auf $0{,}10\,s$ ✓ (0,11 s)

iii $\Delta t \to$ Fehler d. Mittelwertes

$\frac{\sigma_t}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}10\,s}{\sqrt{12}} \approx 0{,}0288675\ldots\,s \approx 0{,}03\,s$ ✓

(b) $z = \frac{1}{2} g t^2$ $\quad g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$ $\quad \bar{t} = 4{,}8075\,s$

$z(\bar{t}) = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot (4{,}8075\,s)^2$

$= 113{,}36\,m$ ✓

Mit berücksichtigung Δt

$z(\bar{t} \pm \Delta t) = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot (4{,}8075\,s \pm 0{,}03\,s)^2$

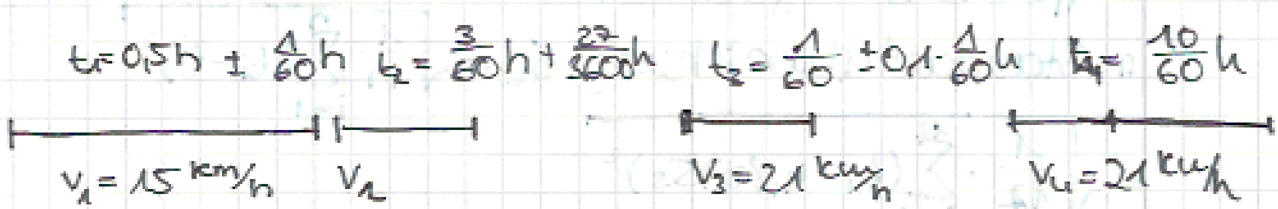
$= \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} (4{,}8075\,s)^2 \pm \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} (0{,}03\,s)^2$

$= z(\bar{t}) \pm 4{,}4145 \cdot 10^{-3}\,m$ 5 $\quad \Delta z = \frac{dz}{dt} \Delta t = \ldots = 1{,}4\,m$

$\approx 113{,}36\,m \pm 0{,}004\,m$

(c) Ja, es könnte beispielsweise systematische Fehler geben. z.B. werden ab der 7. Messung die Messwerte ~~irrr~~ kontinuierlich kleiner, was eventuell auf einen systematischen Fehler zurückzuführen ist.
z.B. falsche Zeitmessung ✓ 2,5

2.



(a)

$$v_1 = 15\,\frac{km}{h} \qquad t_1 = 0{,}5\,h \pm \frac{1}{60}h$$

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 \qquad s_1 = 15\,\frac{km}{h} \cdot \left(0{,}5\,h \pm \frac{1}{60}h\right)$$

$$= 7{,}5\,km \pm 0{,}25\,km \quad ✓$$

(b) $v_2 = 35\,\frac{km}{h} \qquad v_3 = 33\,\frac{km}{h} \qquad v_4 = 36\,\frac{km}{h}$

$$v = a \cdot t + v_0 \qquad v_\emptyset = \frac{1}{3} \cdot \left(33\,\frac{km}{h} + 35\,\frac{km}{h} + 36\,\frac{km}{h}\right)$$

$$= \frac{104}{3}\,km/h$$

$$v_\emptyset = a \cdot t + v_0 \qquad v_0 = 15\,\frac{km}{h} \qquad t = \frac{3}{60}h + \frac{27}{3600}h$$

$$\frac{v_\emptyset - v_0}{t} = a = \frac{\frac{104}{3}\,\frac{km}{h} - 15\,\frac{km}{h}}{\left(\frac{3}{60}h + \frac{27}{3600}h\right)} = 342{,}03\,\frac{km}{h^2} \quad ✓$$

$$\cancel{\sigma_{v_\emptyset} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot}} \qquad \sigma_v = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^{3} (v_i - v_\emptyset)^2} = 1{,}25\,\frac{km}{h}$$

$$\Delta v = \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} = 0{,}72\,\frac{km}{h}$$

$$\Delta a = \frac{\Delta v}{\left(\frac{3}{60}h + \frac{27}{3600}h\right)} = \pm 12{,}52 \, \frac{km}{h^2}$$

$\sigma_a = \left(\frac{\partial a}{\partial v}\right)\sigma_v = \ldots = \pm 15{,}7 \, \frac{km}{h^2}$

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$= \frac{1}{2}\left(342{,}03 \, \frac{km}{h^2} \pm 12{,}52 \, \frac{km}{h^2}\right)\cdot\left(\frac{3}{60}h + \frac{27}{3600}h\right)^2 + 15\frac{km}{h}\cdot t$$

$$= 0{,}57 \, km \pm 0{,}02 \, km + 0{,}8625 \, km$$

$$= 1{,}4325 \, km \pm 0{,}02 \, km$$

(✓)

(c) $t_3 = \frac{1}{60}h \pm 0{,}1 \cdot \frac{1}{60}h$ $\qquad v_a = \frac{104}{3} \, km/h \pm 0{,}72 \, \frac{km}{h}$

$v_s = 21 \, km/h$

$$a = \frac{21\frac{km}{h} - \left(\frac{104}{3}\frac{km}{h} \pm 0{,}72\frac{km}{h}\right)}{\left(\frac{1}{60}h \pm 0{,}1\cdot\frac{1}{60}h\right)}$$

$\sigma_a = \sqrt{\ldots} = \pm 78 \, \frac{km}{h^2}$

$\sigma_s = \sqrt{\ldots} = \pm 0{,}040 \, km$

$a_{max} = -959{,}11 \, \frac{km}{h^2}$

$a_{min} = -706{,}2 \, \frac{km}{h^2}$

$$\Rightarrow a = -832{,}655 \, \frac{km}{h^2} \pm 126{,}455 \, \frac{km}{h^2}$$

(✓)

$$s = \left\{\frac{1}{2}\left(-832{,}655 \, \frac{km}{h^2} \pm 126{,}455 \, \frac{km}{h^2}\right)\cdot\left(\frac{1}{60}h \pm 0{,}1\cdot\frac{1}{60}h\right)^2 + \left(\frac{104}{3}\frac{km}{h} \pm 0{,}72\frac{km}{h}\right)\cdot\left(\frac{1}{60}h \pm 0{,}1\cdot\frac{1}{60}h\right)\right\}$$

$$= 0{,}462 \, km \pm 0{,}068 \, km$$

(✓) $\qquad$ ~~0,53 km~~

(d) $v = 21 \frac{km}{h}$ $\qquad t = \frac{10}{60}h$

$s = v \cdot t \qquad s = 21\frac{km}{h}\cdot\frac{10}{60}h = 3{,}5 \, km$ ✓

1,5

$$S_{ges} = 7{,}5 \, km + 1{,}4325 \, km + 0{,}462 \, km + 3{,}5 \, km \pm (0{,}25 \, km + 0{,}02 \, km + 0{,}068 \, km) = 12{,}8945 \, km \pm 0{,}338 \, km$$

$\xRightarrow{\text{runden}} 12{,}9 \, km \pm 0{,}338 \, km$

(✓)

wir wissen, dass unsere sigma falsch sind
aber wir wollten nicht alles nochmal rechnen,
wir haben zu spät nachgefragt.

95,25

a) $\mu = \frac{1}{n} \cdot (x_i)$

$= \frac{1}{10} \cdot (177 + \ldots + 174)$

$= 170{,}5$ ✓

b) $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$

$= \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - 170{,}5)^2} \approx 3{,}69$ ✓

c) $170{,}5 - 167 = 3{,}5$
$174 - 170{,}5 = 3{,}5$

$\Rightarrow$ liegt innerhalb 1-σ-Umgebung $\Rightarrow 68\,\%$

✓

d) $95{,}4\,\% \Rightarrow 2\sigma$-Umgebung

$170{,}5 \pm 7{,}38$ $\qquad [163; 178]$ ✓

$99{,}7\,\% \Rightarrow 3$-σ-Umgebung

$170{,}5 \pm 11{,}07$ $\qquad [159; 182]$ ✓

e)

$$p(150) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 3{,}69} \cdot e^{-\left(\frac{(150-170{,}5)^2}{2 \cdot (3{,}69)^2}\right)} = 2{,}14 \cdot 10^{-8}$$

$\Rightarrow$ sehr unwahrscheinlich

$$p(179) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 3{,}69} \cdot e^{-\left(\frac{(179-170{,}5)^2}{2 \cdot (3{,}69)^2}\right)} = 7{,}61 \cdot 10^{-3}$$

$\hat{=}\ 0{,}761\,\%$ ✓

3

4.

a) $s_1 = 840\,m \qquad a_1 = 70\,\frac{m}{s^2}$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow \sqrt{\frac{2s}{a}} = t$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot 840\,m}{70\,\frac{m}{s^2}}} \approx 4{,}9\,s \quad (2\sqrt{6}\,s)$$ ✓

b) $v = a \cdot t \qquad v = 70\,\frac{m}{s^2} \cdot 2\sqrt{6}\,s = 342{,}93\,\frac{m}{s}$ ✓

c) $v = a \cdot t + v_0 = 0 \qquad v_0 = 342{,}93\,\frac{m}{s} \qquad \cancel{t = 2\sqrt{6}\,s}$

$s = 210\,m$

$$\cancel{a = -\frac{v_0}{t} = -\frac{342{,}93\,\frac{m}{s}}{2\sqrt{6}\,s} = -420\,\frac{m}{s^2}}$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

$$t = -\frac{v_0}{a}$$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot \left(-\frac{v_0}{a}\right)^2 = \frac{1}{2} a \cdot \frac{v_0^2}{a^2} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a}$$

$$a = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{s}$$

$$a = \frac{1}{2} \frac{\left(342{,}93\,\frac{m}{s}\right)^2}{210\,m} = 280\,\frac{m}{s^2}$$

$\rightarrow$ da der Wagen bremst ist a negativ also $-280\,\frac{m}{s^2}$ ✓

d) $0 = a \cdot t + v_0 \rightarrow -\frac{v_0}{a} = t = 1{,}22\,s$ ✓

2.