Abgabe bis	Fr, 21. November, 13:15 Uhr im Erdgeschoss von Geb. 30.23 (Physikhochhaus)
Besprechung	Mi, 26. November

1. *Kraftfelder und Wegintegrale* **(4 Punkte)**
   Gegeben sei ein Kraftfeld in der x-y-Ebene
   $$\vec{F} = \begin{pmatrix} 2xy + 1 \\ x^2 + 3y^2 \end{pmatrix} \tag{1}$$
   Bestimmen Sie, ob es sich bei $\vec{F}$ um eine konservative Kraft handelt.

2. *Leistung* **(2 Punkte)**
   Das Wasserkraftwerk Itaipù Binacional an der Grenze zwischen Paraguay und Brasilien hat die größte Jahresproduktion aller Kraftwerke weltweit. Berechnen Sie die Gesamtleistung P dieser Anlage bei einem Wasserdurchfluß von 700 m^3/s in jeder der 20 Turbinen, wenn der Höhenunterschied, den das Wasser beim Durchfluß zurücklegt, 90 m beträgt. Beachten Sie: 1 ml Wasser wiegt genau 1 g.

3. *Energiesatz* **(1 Punkt)**
   Der Looping einer Achterbahn habe den Radius r und der Wagen der Achterbahn starte in der Höhe h über dem tiefsten Punkt des Loopings. Der Wagen habe keinen eigenen Antrieb (d.h. es steht nur die potentielle Energie der Starthöhe zur Verfügung) und die Reibung soll hier vernachlässigt werden. Berechnen Sie, welche Starthöhe h (in Abhängigkeit vom Loopingradius r) mindestens erforderlich ist, damit auch nicht angeschnallte Fahrgäste am höchsten Punkt des Loopings nicht mehr aus ihren Sitzen fallen.

4. *Energie und Impuls* **(3 Punkte)**
   Das radioaktive Element ^{212}Po zerfällt in ein α-Teilchen (^{4}He-Kern) und einen Restkern ^{208}Pb. Gehen Sie davon aus, daß sich der Poloniumkern vor dem Zerfall in Ruhe befindet und berechnen Sie aus Energie- und Impulserhaltung, welcher Bruchteil der beim Zerfall freiwerdenden Energie in der Rückstoßenergie des Bleikerns steckt. Die hochgestellten Zahlen an den Elementsymbolen geben die Masse des Kerns in atomaren Masseneinheiten u an. (Hinweis: Die kinetische Energie der Zerfallsprodukte stammt aus der "inneren Energie" des ^{212}Po-Kerns, die Energieerhaltung ist hier also jederzeit gewährleistet.)

Viel Spaß und viel Erfolg!

Übungsblatt

(9)

I $\vec{F} = \begin{pmatrix} 2xy + 1 \\ x^2 + 3y^2 \end{pmatrix} = \begin{matrix} \vec{F}_x = 2xy + 1 \\ \vec{F}_y = x^2 + 3y^2 \\ \vec{F}_z = 0 \end{matrix}$

$$(\nabla \times F)_x = \left(\frac{dF_z}{\cancel{dF_y}\, dy} - \frac{dF_y}{dz} \right) = 0 - 0 = 0$$

$$(\nabla \times F)_y = \left(\frac{dF_x}{dz} - \frac{dF_z}{dx} \right) = 0 - 0 = 0$$

$$(\nabla \times F)_z = \left(\frac{dF_y}{dx} - \frac{dF_x}{dy} \right) = 2x - 2x = 0$$

$\Rightarrow$ konservatives Kraftfeld, weil die Rotation des Felds null ist

✓

II.

$$\int \vec{F}_x \, dx = x^2 y + x + C + C(y)$$

$$\int \vec{F}_y \, dy = yx^2 + y^3 + C + C(x)$$

$$\begin{matrix} C(x) = x \\ C(y) = y^3 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \int \vec{F}_x dx = x^2 y + x + y^3 + C \\ = \int \vec{F}_y dy = x^2 y + x + y^3 + C \end{matrix}$$

Energie unabhängig vom Weg $\Rightarrow$ konservatives Kraftfeld

✓

4

2. $\frac{700\ m^3}{s}$ = Wasserdurchfluß pro Turbine (20 Stck.)

$\Delta h = 90m$ $\qquad \hat{=} \frac{700.000\ dm^3}{s} \hat{=} \frac{700.000\ kg}{s}$

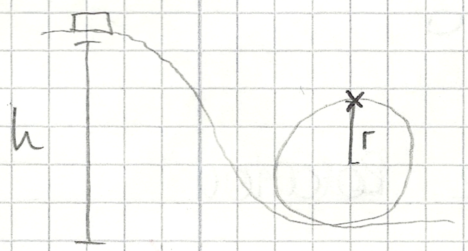
$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h$

ΔE_{pot} (pro Turbine)$/s$ $= \frac{700.000\ kg}{\cancel{s}} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 90m = 61803 \cdot 10^4\ J$

$\Rightarrow$ in einer Sek. $61804 \cdot 10^4\ W = P$ (pro Turbine)

Insgesamt: $20 \cdot P = 1{,}23606 \cdot 10^{10}\ W$ ✓ 2

3.



$\cancel{E}$ $m \cdot g \cdot h = E_{zu\ Beginn} = E_A$

~~mit~~ $\frac{1}{2} m v_0^2 + m \cdot g \cdot 2r = E_A$

$\Rightarrow \frac{1}{2} v_0^2 + 2gr = g \cdot h$ ✓

$\frac{m v_0^2}{r} = m \cdot g$

$v_0^2 = g \cdot r$ ✓

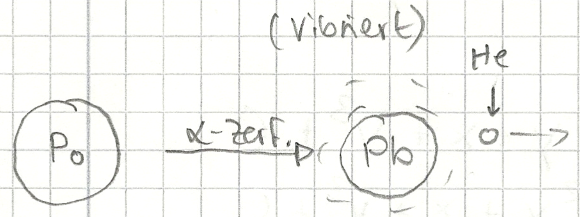
<u>Leins.</u> $\Rightarrow \frac{1}{2} gr + 2gr = g \cdot h \quad |:g$

$\frac{1}{2} r + 2r = h$

$2{,}5 r = h$ ✓

1

4.



$\frac{1}{2} m_{HE} V_{HE}^2 + \frac{1}{2} m_{Pb} V_{Pb}^2 = E_i$ $\qquad m_{Pb} \vec{V}_{Pb} = m_{HE} \vec{V}_{HE}$

Energieerhaltung ✓ $\qquad$ Impulserhaltung ✓

$$\frac{1}{2}(m_{pb} V_{pb}) \cdot \left(\frac{m_{pb} \cdot V_{pb}}{m_{HE}}\right) + \frac{1}{2} m_{pb} V_{pb}^2 = E_i$$

$$\frac{1}{2} \frac{m_{pb}^2 \cdot V_{pb}^2}{m_{HE}} + \frac{1}{2} m_{pb} V_{pb}^2 = E_i$$

$$5408 m V_{pb}^2 + \overbrace{104 m V_{pb}^2}^{\text{Energie im Bleikern}} = \overbrace{E_i}^{\text{Gesamtenergie}}$$

Gesucht: $\frac{E_B}{E_{Ges}} = 0{,}0189 = 1{,}89\%$

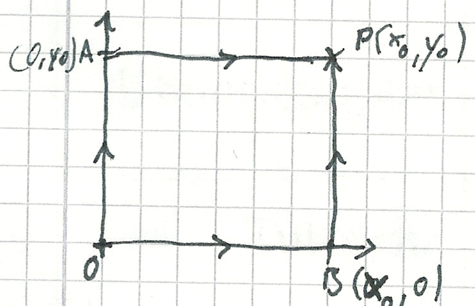
$$5512 m V_{pb}^2 = E_i$$

(v)

$$\Rightarrow \quad m_2 v^2 = \frac{E_i}{5512}$$

2

1. Alternative mit Wegintegrale



a) $W_a = \int_0^P \begin{pmatrix} 2xy+1 \\ x^2+3y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix}$

$$= \int_0^A \begin{pmatrix} 2xy+1 \\ x^2+3y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ dy \end{pmatrix} + \int_A^P \begin{pmatrix} 2xy+1 \\ x^2+3y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \int_0^{y_0} (x^2+3y)\,dy \Big|_{x=0} + \int_0^{x_0} (2xy+1)\,dx \Big|_{y=y_0}$$

$$= y^3 \Big|_0^{y_0} + (x^2 y_0 + x) \Big|_0^{x_0}$$

$$= y_0^3 + x_0^2 y_0 + x_0$$

muss gleich sein mit anderem Weg:

$$\int_0^B + \int_B^P$$